

Podiplomski študij jedrske tehnike
Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko
Oddelek za fiziko
in
Institut "Jožef Stefan"

Magistrsko delo

**Modeliranje naravne konvekcije
v talini sredice jedrskega reaktorja**

Andrej Horvat

Mentor: doc. dr. Jure Marn

Ljubljana, april 1998

Zahvala

Magistrsko delo sem opravil na Odseku za reaktorsko tehniko Instituta "Jožef Stefan". Vsem sodelavcem odseka se zahvaljujem za pomoč in nasvete pri raziskovalnem delu. Še posebej se zahvaljujem mentorjema dr. I. Kljenaku in doc. dr. J. Marnu. Hvala prav tako mojim staršem, bratu Martinu in Gordani.

Modeliranje naravne konvekcije v talini sredice jedrskega reaktorja

Ključne besede

- jedrska varnost,
- težke nesreče,
- spodnji plenum,
- taljenje,
- naravna konvekcija,
- prenos toplote,
- numerična simulacija.

Povzetek

Pri odpovedi hlajenja jedrske sredice in zatajitvi večine varnostnih mehanizmov lahko pride v sredici jedrskega reaktorja do taljenja goriva in opreme. Talina odteka v spodnji plenum reaktorske posode, kjer se akumulira. V preteklosti je veljalo prepričanje, da bi lahko talina sredice jedrskega reaktorja pretalila reaktorsko posodo in začela prodirati skozi betonski temelj elektrarne. Novejša raziskovanja so pokazala, da je mogoče talino varno zadržati v spodnjem plenumu, če ga ustrezno hladimo.

Procesi v talini v spodnjem plenumu so zelo raznoliki in jih šele spoznavamo. Obsežen pregled problematike hlajenja spodnjega plenuma je pokazal, da je naravna konvekcija najpomembnejši mehanizem, ki kontrolira odvod toplote iz taline. Pri naravni konvekciji je gibanje kapljevine posledica volumetričnih sil in gradientov gostote. Termične nestabilnosti lahko ob zadostni jakosti vodijo do hidrodinamičnih nestabilnosti. Ugotovljeno je bilo, da lahko pričakujemo prehod v turbulentni režim toka v primeru Rayleigh - Bénardove konvekcije pri vrednosti Rayleighovega števila $Ra=5 \cdot 10^5$ in v primeru kapljevine z volumetričnim gretjem pri vrednosti Rayleighovega števila $Ra=10^6$.

Problem modeliranja turbulentnih pojavov je majhnost struktur turbulentnega toka, ki jih ne moremo dovolj natančno opisati z diskretno numerično mrežo. Osnova modela Smagorinsky je predpostavka, da z uporabljenim filtrom izločimo in združimo v modeliran ostanek le najmanjše strukture kapljevine, ki so izotropne in homogene. Zaradi tega je viskozna disipacija turbulentne kinetične energije enaka njeni produkciji. Ker je model Smagorinskega preveč disipativen v bližini sten, je potrebno turbulentno viskoznost nekoliko znižati z uporabo zidnih funkcij.

Naravno konvekcijo v talini sredice jedrskega reaktorja sem modeliral kot naravno konvekcijo kapljevine z notranjo generacijo toplote v kvadratni posodi pri vrednostih Rayleighovega števila $Ra=10^{10}$ in Prandtlovega števila $Pr=1.2$. Zaradi računalniških zmogljivosti sem se omejil na dvodimenzionalno simulacijo gibanja kapljevine. Metodo končnih volumnov sem uporabil za krajevno diskretizacijo, metodo Adam-Bashford in projekcijsko shemo pa za časovno integracijo.

Izračunan prenos toplote na stenah v obliki brezdimenzijskega Nusseltovega števila je pokazal, da sta toplotno najbolj obremenjeni stranski steni tik pod vrhom posode. Izračunane vrednosti prenosa toplote lahko varno ekstrapoliramo na višje vrednosti Rayleighovega števila.

Modeling of natural convection phenomena in nuclear reactor core melt

Keywords

- nuclear safety,
- severe accidents,
- lower plenum,
- melting,
- natural convection,
- heat transfer,
- numerical simulation.

Abstract

A failure of reactor core cooling and major safety systems may cause melting of nuclear fuel and reactor vessel equipment. In the reactor vessel, the melt flows down into the lower plenum, where it is accumulated. In the past, the common opinion was that the melt would break through the reactor vessel and start to desintegrate the reactor concrete base. However, recent investigations revealed that the core melt can be safely retained in the reactor vessel lower plenum if it is properly cooled.

The processes in the reactor core melt in the lower plenum are specific and not yet fully understood. As revealed by a comprehensive overview of the lower plenum cooling problem, natural convection is the most important phenomenon that controls heat transfer from the melt. In the case of natural convection, fluid motion is caused by volumetric forces and density gradients. If these are strong enough, thermal instabilities may result in hydrodynamic instabilities. It was discovered that transition from laminar to turbulent flow occurs at the value of Rayleigh number $Ra=5 \cdot 10^5$ in the case of Rayleigh-Bénard convection and at $Ra=10^6$ in the case of fluid with internal heat generation.

The main problem of turbulent phenomena modeling is the size of turbulent fluid flow structures, which are in general too small to be described accurately using a discrete numerical mesh. The base of the Smagorinsky model is the assumption that the smallest flow structures, which are separated and modeled as a subgrid term, are isotropic and homogeneous. Therefore, viscous dissipation is equal to the production of turbulent kinetic energy. As the Smagorinsky model is too dissipative in the vicinity of the walls, turbulent viscosity wall functions have to be implemented.

Natural convection in the melt of nuclear reactor core was modelled as natural convection in a fluid with internal heat generation in a rectangular cavity. The value of Rayleigh number was $Ra=10^{10}$ and the value of Prandtl number was $Pr=1.2$. Numerical simulations were restricted to two-dimensional space, due to computer hardware limitations. The finite volume method was used for spatial discretisation and a combination of Adam-Bashford method and projection scheme was used for time integration.

As the calculation of heat transfer in the form of dimensionless Nusselt number revealed, the most severe thermal loads occur on the side walls in the vicinity of the cavity upper boundary. Calculated values of heat transfer can be safely extrapolated to higher values of Rayleigh number.

Kazalo

1	Uvod	1
2	Taljenje reaktorske sredice	3
2.1	Naraščanje temperature	3
2.2	Nastop taljenja	4
2.3	Relokacija taline	4
2.4	Nastanek blokade	5
2.5	Izlitje v spodnji plenum	5
3	Procesi v spodnjem plenumu	7
3.1	Kemična sestava in procesi	7
3.2	Generacija toplote v oksidni talini	9
3.3	Prenos toplote v kovinski plasti taline	11
3.4	Toplotno sevanje	12
3.5	Odvod toplote skozi steno reaktorske posode	13
3.6	Naravna konvekcija	18
4	Kaskadni prenos energije v toku kapljevine	27
4.1	Matematični opis	27
4.2	Energijski spekter gibanja kapljevine	27
4.3	Delitev na energijske kaskade	28
5	Modeliranje turbulence z metodo simulacije velikih vrtincev	31
5.1	Metode filtriranja	31
5.2	Vrste filtrov	32
5.3	Lastnosti filtrov	32
5.4	Model turbulentne naravne konvekcije	33
5.4.1	Modeliranje turbulentne viskoznosti	35
5.4.2	Modifikacija turbulentne viskoznosti in vpeljava zidnih funkcij	35
6	Numerično reševanje in metode	37
6.1	Metoda končnih volumnov	37
6.2	Krajevna diskretizacija	38
6.3	Časovna diskretizacija	38
6.3.1	Projekcijska shema	38
6.3.2	Poissonova enačba tlaka	39
6.3.3	Metoda Adam-Bashford	40
6.4.	Stabilnostni kriteriji	40

7	Rezultati in razprava	42
7.1	Začetni in robni pogoji	42
7.2	Določitev konstant turbulentnega modela	43
7.3	Prenos toplote na stenah	46
7.4	Časovna stabilnost prenosa toplote	47
7.5	Toplotne in dinamične razmere	48
7.6	Toplotna bilanca in stabilnostne zahteve numerične integracije	51
7.7	Odprta vprašanja	53
8	Zaključki	54
9	Literatura	55

Seznam slik

<i>Slika 1:</i>	Zaporedje dogodkov v odvisnosti od temperature	3
<i>Slika 2:</i>	Reaktorska posoda ponesrečenega reaktorja na otoku Treh milj	5
<i>Slika 3:</i>	Fazni diagram kovinskih komponent Fe/Zr	7
<i>Slika 4:</i>	Fazni diagram oksidnih komponent UO_2/ZrO_2	8
<i>Slika 5:</i>	Ločitev oksidnih in kovinskih komponent v spodnjem plenumu	8
<i>Slika 6:</i>	Časovna odvisnost razpadne toplote za reaktor AP 600 (ALWR)	9
<i>Slika 7:</i>	Razporeditev materiala v reaktorski posodi po taljenju jedrske sredice	10
<i>Slika 8:</i>	Ujetost hladila med skorjo in steno reaktorske posode	10
<i>Slika 9:</i>	Pretalitev dna spodnjega plenuma	11
<i>Slika 10:</i>	Obremenjenost stene zaradi plasti kovinske taline	11
<i>Slika 11:</i>	Gostota toplotnega toka na steni reaktorske posode v odvisnosti od emisivnosti gladine	13
<i>Slika 12:</i>	Načrtovane modifikacije okolice reaktorske posode reaktorja Loviisa	14
<i>Slika 13:</i>	Eksperimentalna naprava FAI	14
<i>Slika 14:</i>	Eksperimentalna naprava ULPU 2	15
<i>Slika 15:</i>	Eksperimentalna naprava CYBL	15
<i>Slika 16:</i>	Eksperimentalna naprava SBLB	15
<i>Slika 17:</i>	Eksperimentalna naprava SULTAN	16
<i>Slika 18:</i>	Vrelne krivulje na različnih lokacijah sferične posode	16
<i>Slika 19:</i>	Ciklus uparjanja na dnu sferične posode	17
<i>Slika 20:</i>	Vrelne krivulje za različne stopnje podhladitve na dnu sferične posode	17
<i>Slika 21:</i>	Kritična gostota toplotnega toka na steni ukrivljenega nosilca: ULPU 2	18
<i>Slika 22:</i>	Naravna konvekcija ob segreti steni	19
<i>Slika 23:</i>	Gretje kapljevine skozi stene	21
<i>Slika 24:</i>	Volumetrično gretje kapljevine	21
<i>Slika 25:</i>	Rayleigh-Bénardova konvekcija	23
<i>Slika 26:</i>	Nastop prve in druge bifurkacijske točke pri Rayleigh-Bénardovi konvekciji	23
<i>Slika 27:</i>	Tokovno polje kapljevine pri volumetričnem gretju	24
<i>Slika 28:</i>	Prehod laminarnega režima toka v turbulentni	24
<i>Slika 29:</i>	Eksperiment naravne konvekcije kapljevine z notranjo generacijo toplote	25

<i>Slika 30:</i>	Temperaturno polje freona R113 v °C pri hlajeni zgornji strani	26
<i>Slika 31:</i>	Razporeditev prenosa toplote (Nu števila) na steni eksperimentalne naprave ACOPO	26
<i>Slika 32:</i>	Odvisnost tridimenzionalne funkcije energijskega spektra E od valovnega števila κ tokovnih struktur	28
<i>Slika 33:</i>	Prikaz razporeditve končnih volumnov	37
<i>Slika 34:</i>	Robni pogoji simulacijskega področja	42
<i>Slika 35:</i>	Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na spodnji steni pri vrednosti konstante Smagorinskega $C_s = 0.1$	44
<i>Slika 36:</i>	Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na spodnji steni pri vrednosti konstante Smagorinskega $C_s = 0.21$	44
<i>Slika 37:</i>	Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na spodnji steni pri vrednosti konstante Smagorinskega $C_s = 0.3$	45
<i>Slika 38:</i>	Razlika vsote Nusseltovega števila za različne vrednosti konstant C_s in Pr_{res}	45
<i>Slika 39:</i>	Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na spodnji steni	46
<i>Slika 40:</i>	Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na stranski steni	46
<i>Slika 41:</i>	Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na zgornji steni	47
<i>Slika 42:</i>	Časovni razvoj Nusseltovega števila na spodnji steni, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$	48
<i>Slika 43:</i>	Časovni razvoj Nusseltovega števila na stranski steni, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$	48
<i>Slika 44:</i>	Časovni razvoj Nusseltovega števila na zgornji steni, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$	48
<i>Slika 45:</i>	Tokovno polje v kapljevini z notranjo generacijo toplote pri izotermnih robnih pogojih, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$	49
<i>Slika 46:</i>	Polje brezdimenzijske temperature v kapljevini z notranjo generacijo toplote pri izotermnih robnih pogojih, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$	50
<i>Slika 47:</i>	Polje normirane turbulentne viskoznosti v kapljevini z notranjo generacijo toplote pri izotermnih robnih pogojih, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$	51
<i>Slika 48:</i>	Časovni razvoj toplotne bilance kapljevine z notranjo generacijo toplote, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$	52
<i>Slika 49:</i>	Potek velikosti dovoljenih časovnih korakov stabilnostnih pogojev med časovno integracijo	52

Seznam tabel

<i>Tabela 1:</i>	Vrednosti Nusseltovega števila na stenah v odvisnosti od vrednosti C_s in Pr_{res}	43
<i>Tabela 2 :</i>	Vrednosti Nusseltovega števila na stenah pri vrednostih $C_s = 0.143$ in $Pr_{res} = 0.35$	47

Seznam spremenljivk in oznak

Latinske velike tiskane črke

A	parameter
C	konstanta
Cn	konvekcijski člen [m^3/s]
Df	difuzijski člen [m^3/s]
E	tridimenzionalna funkcija energijskega spektra
\underline{E}	tenzor energijskega spektra
F	označba fluksa
Gn	generacijski člen [m^3/s]
I	specifična generacija toplote [W/m^3]
L	skala dolžine [m]
Pr	brezdimenzijsko Prandtlovo število
Q	specifični toplotni tok [W/m^3]
\underline{Q}	korelacijski tenzor statističnega povprečja dveh vektorjev
R	lokacija točke v prostoru [m]
Ra	brezdimenzijsko Rayleighovo število
RHS	desna stran enačbe
\underline{S}	tenzor deformacijskih hitrosti [s^{-1}]
\underline{T}	napetostni tenzor [s^{-1}]

Latinske majhne tiskane črke

b	modificiran Boussinesqov tlak [Pa]
c	skala hitrosti [m/s]
f	oznaka poljubne funkcije
\vec{g}	gravitacijski pospešek [m/s^2]
h	oznaka za poljuben skalar, temperatura [K]
k	kinetična energija turbulentnih fluktuacij [J]
ℓ	valovna dolžina [m], krajevna skala [m]
p	tlak [Pa]
\bar{q}	gostota toplotnega toka [W/m^2]
\bar{r}	radialna oddaljenost [m]
t	čas [s]
$trDf$	turbulentni difuzijski člen [m^3/s]
\vec{v}	hitrost [m/s]
x	prostorska koordinata [m]
y	prostorska koordinata [m]
z	prostorska koordinata [m]

Grške velike tiskane črke

Δ	končna razlika
Γ	Fourierjeva transformiranka filtra G
Φ	brezdimezijski Boussinesqov tlak + kinetična energija residuuma [Pa]
$\underline{\Pi}$	korelacijski tenzor residuumov hitrosti [m^2/s^2]
$\underline{\bar{\Omega}}$	korelacijski vektor residuuma hitrosti in temperature [mK/s]

Grške male tiskane črke

α	toplotna prestopnost [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}$]
β	temperaturna razteznost [K^{-1}]
$\bar{\gamma}$	stena končnega volumna [m]
δ	Diracova delta funkcija
ε	skupna disipacija kinetične energije residuuma [m^2/s^3]
ζ	specifična toplota [J/kgK]
ϑ	korelacija ostankov dveh skalarjev
κ	valovno število [$1/\text{m}$]
λ	toplotna prevodnost [W/mK]
μ	dinamična viskoznost [kg/ms]
ν	kinematična viskoznost [m^2/s]
π	Ludolfovo število, izvor kinetične energije residuuma [m^2/s^3]
ρ	gostota [kg/m^3]
υ	toplotna difuzivnost [m^2/s]
ω	Evklidski simulacijski prostor, končni volumen [m^3]

Indeksi

0	skalirna veličina ali začetno stanje
b	meja simulacijskega prostora
E	vzhodna smer
cn	konvekcijski fluksi
df	difuzijski fluksi
res	residuuum ali ostanek veličine po filtriranju
M	končni volumen ohranitve skalarja
N	severna smer
S	južna smer
tr	sled tenzorja
$trDf$	fluksi turbulentne difuzije
U	končni volumen projekcije vektorske veličine v smeri x
V	končni volumen projekcije vektorske veličine v smeri y
νD	van Driestova konstanta dušilne funkcije
W	zahodna smer
x	smer x
y	smer y

Simboli

*	hitrostno polje brez upoštevanja tlaka
`	odstopanje od statističnega povprečja
-	separabilni del veličine
$\langle \rangle$	statistično povprečni del veličine
-	vektor
∇	Hamiltonov operator
∇^2	Laplaceov operator
\otimes	tenzorski produkt
:	diadni produkt
.	skalarni produkt
	absolutna vrednost
$\ \ _{\infty}$	maksimalna norma definirana v Hilbertovem prostoru L_2

Kratice

ALWR	Advanced Light Water Reactor	(lahkovodni reaktor nove generacije)
CHF	Critical Heat Flux	(kritični toplotni tok)
CYBL	Cylindrical Boiling	(vrenje na valjnem segmentu)
HWR	Heavy Water Reactor	(težkovodni reaktor)
NPR	New Production Reactor	(produkcijski reaktor nove generacije)
SBLB	Steady Boundary Layer Boiling	(stacionarno vrenje mejne plasti)

1. Uvod

V jedrski industriji je posebna pozornost posvečena jedrski varnosti. Vsak jedrski objekt gre, preden je spuščen v pogon, skozi dolg in zamuden, vendar natančen postopek licenciranja. Le-ta je odvisen od varnostno-tehničnih specifikacij objekta. V primeru jedrske centrale, ki proizvaja električno energijo, je eden tipičnih kriterijev sprejemljivosti zagotovitev varne ustavitve v primeru *projektne nezgode*. Najhujša oblika projektne nezgode je dvojni zlom dotočne cevi primarnega tokokroga. V tem primeru pride do močnega puščanja primarnega sistema, varnostni mehanizmi jedrske centrale pa morajo biti sposobni ustaviti jedrski reaktor brez talitve jedrske sredice. Več o kriterijih sprejemljivosti pri projektnih nezgodah je mogoče prebrati v 10CFR (1994).

Kljub temu, da je verjetnost nastopa nesreče, ki presega okvire projektnih nezgod, zelo majhna ($<1/10^5$ reaktor let), pa skušajo strokovnjaki ugotoviti, kako bi se posamezne komponente sistema obnašale ob morebitni *težki nesreči*. O težki nesreči bi bilo mogoče govoriti takrat, ko bi prišlo zaradi odsotnosti hlajenja do pregrevanja in taljenja jedrske sredice. Najtežja oblika tega scenarija je popolna raztalitev jedrske sredice. V tem primeru se talina nabere na dnu reaktorske posode, se ohlaja in pri tem raztaljuje jekleno steno.

V preteklosti je veljalo prepričanje, da bi v primeru težke nesreče prišlo do taljenja jedrske sredice, ki bi pretalila reaktorsko posodo in začela prodirati skozi betonski temelj elektrarne (Yamano et al., 1997). Iz tega razloga strokovnjaki niso posvečali večje pozornosti ohranitvi taline jedrske sredice v reaktorski posodi s hlajenjem sten reaktorske posode. Šele dogodki ob nesrečah na Otoku treh milj (1979) in v Černobilu (1986) so pokazali nova dejstva. V primeru, da bi do taljenja prišlo, bi se talina zadržala na oksidni skorji, ki bi nastala že v sami jedrski sredici. V primeru porušitve te skorje bi se talina izlila v spodnji plenum. Praktično nemogoče je, da bi prišlo do popolne raztalitve sredice in izliva taline v spodnji plenum. Nesreča v Černobilski elektrarni je pokazala, da se talina jedrske sredice strdi že po krajši poti, če je le izpostavljena cirkulaciji zraka, kljub močni generaciji toplote zaradi radioaktivnega razpada (Sich, 1994). To je ovrglo teorijo o prodiranju taline skozi betonski temelj reaktorja, osredotočilo pozornost na zajetje taline v spodnjem plenumu reaktorske posode in njeno počasno ohlajanje. Vprašanje, ki se postavlja, je, kakšno naj bo zadostno hlajenje, da bo ostala reaktorska posoda cela, radioaktivna talina pa varno zadržana.

Talina v spodnjem plenumu se ohlaja s toplotnim sevanjem v reaktorsko posodo in s prevodom skozi steno reaktorske posode. Da bi preprečili pretalitev reaktorske posode in varno zadržali radioaktivno talino, je potrebno steno spodnjega plenuma dodatno hladiti. Analize so pokazale, da je potapljanje spodnjega plenuma v vodo, v primeru vodnohlajenih reaktorjev, najbolj učinkovit postopek (Theofanous et al., 1997).

Kolikšen je prestop toplote skozi steno in kakšna je toplotna obremenitev stene reaktorske posode, je odvisno od vrste fizikalnih in kemičnih procesov: uparjanja na zunanji steni spodnjega plenuma, strjevanja taline in tvorbe evtektikov, generacije toplote in naravne konvekcije v talini. Obsežen pregled problematike hlajenja spodnjega plenuma je pokazal, da je naravna konvekcija zelo pomemben mehanizem, ki kontrolira odvod toplote (Horvat, 1997).

Zaradi velike gostote energije nakopičene v talini jedrskega goriva v spodnjem plenumu ob hipotetični težki nesreči in računski zahtevnosti procesov, so eksperimentalna prizadevanja napredovala hitreje kot matematično modeliranje.

Uspešno matematično modeliranje naravne konvekcije namreč preprečujejo nestabilnost toka in nastop turbulence, ki zmanjša skalo sprememb veličin toka pod velikost medtočkovne razdalje numerične mreže, kakršno zmorejo današnji računalniki. Zaradi tega je potrebno veličine povprečiti, za odstopanja od povprečenih veličin pa poiskati ustrezen turbulentni model, ki poveže fluktuacije veličin z njihovimi povprečenimi vrednostmi.

Dosedanji računski postopki obravnave turbulence v kapljevinah z notranjo generacijo toplote so temeljili na časovnem povprečenju, odstopanja od povprečja pa so bila modelirana z enim od takoimenovanih $k-\varepsilon$ modelov. Pri $k-\varepsilon$ modelih se trem transportnim enačbam pridružita še dve in sicer za turbulentno kinetično energijo k in njeno disipacijo ε . V novejšem času se v prakso industrijskega modeliranja toka kapljevine vse bolj prebijajo modeli, ki temeljijo na krajevem povprečenju oz. filtriranju. To so takoimenovani *modeli simulacije velikih vrtincev* (Large Eddy Simulation). Ti modeli temeljijo na dejstvu, da ostanejo pri filtriranju polja krajevne spremembe, ki so večje od filtrirne razdalje, nespremenjene. Krajevne variacije, ki so manjše od filtrirne razdalje, pa je potrebno vključiti v turbulentni model. Največkrat je za filtrirno razdaljo izbrana dvakratna medtočkovna razdalja numerične mreže.

Prednost teh modelov je, da so natančnejši, zahtevajo največ dve empirično določljivi konstanti, vendar so računsko potratnejši (Ferziger, 1993). Modeliranje turbulentne naravne konvekcije z metodo simulacije velikih vrtincev je pristop, ki sem ga izbral za rešitev problema naravne konvekcije v spodnjem plenumu med težko nesrečo.

V začetku magistrskega dela je opisan potek taljenja reaktorske sredice ob morebitni težki nesreči. V tretjem poglavju je napravljen obsežen pregled skozi problematiko, opisani sta pestrost fizikalnih mehanizmov in zahtevnost modeliranja teh pojavov. Zaradi obsežnosti je bilo nujno klasificirati fizikalne mehanizme glede na njihovo pomembnost. Kot najpomembnejši mehanizem sem izpostavil naravno konvekcijo, ki dominantno vpliva na odvod toplote v okolico. Opisal sem njene pojavne oblike in podal matematični opis, na katerem slonijo kasnejše simulacije.

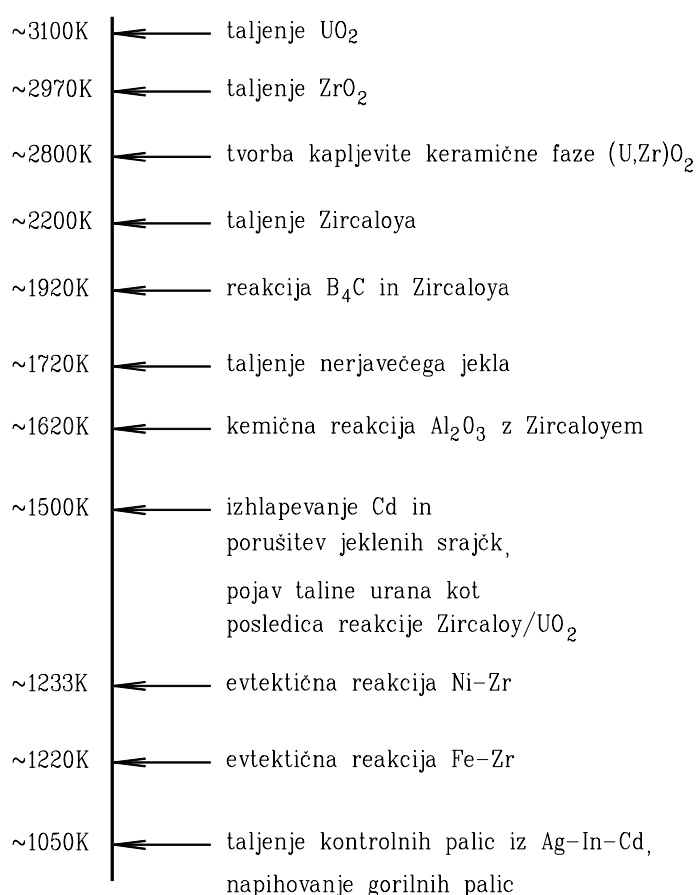
V četrtem poglavju magistrskega dela sem razložil prenos kinetične energije v kapljevini z večjih struktur na manjše in njeno končno disipacijo v toploto. Opisal sem nastanek turbulence in v petem poglavju podal teoretične osnove modeliranja turbulentnega toka z metodo simulacije velikih vrtincev (Large Eddy Simulation Method).

Numerične metode, ki sem jih uporabil za obravnavo enačb gibanja kapljevine, so opisane v šestem poglavju. Za opis turbulentnega gibanja kapljevine je bil uporabljen model Smagorinskega. Na osnovi objavljenih rezultatov Nourgalieva et al. (1997) za vrednosti Rayleighovega števila $Ra=10^{10}$ in Prandtlovega števila $Pr=1.2$ je bila opravljena analiza za določitev ustrezne konstante Smagorinskega C_s in ustreznega turbulentnega Prandtlovega števila Pr_{res} . Z dobljenimi vrednostmi je bila nato izvedena simulacija in izračunan prenos toplote na stenah. Rezultati so prikazani v sedmem poglavju.

Izračunan prenos toplote na stenah daje kvalitativno oceno toplotne obremenjenosti stene spodnjega plenuma, kar je osrednje vprašanje problematike hlajenja spodnjega plenuma med težko nesrečo in namen predstavljenega magistrskega dela.

2. Taljenje reaktorske sredice

Nesreča, ki vodi do talitve jedrske sredice, se lahko sproži na več načinov. Vzrok je lahko v nepravilnem delovanju posameznih reaktorskih komponent in varnostnih mehanizmov oz. v operaterjevih napakah. Ob nezadostnem hlajenju ostane sredica nepokrita, kar nadalje povzroči njeno pregrevanje in taljenje zaradi razpadne toplote jedrskega goriva. Eksperimenti LOFT FP-2 in PBF SFD so pokazali, da taljenje sredice ni močno odvisno od tlaka v reaktorski posodi (Sich, 1994). Zaporedje dogodkov v odvisnosti od temperature je prikazano na sliki 1.



Slika 1: Zaporedje dogodkov v odvisnosti od temperature. (Douglas et al., 1989 in Sich, 1994)

2.1 Naraščanje temperature

Ob povišanju temperature pride do povišanja tlaka zaradi plinskih razpadnih produktov v srajčki jedrskega goriva. Notranji tlak v srajčki preraste zunanjega, kar povzroči napihovanje srajčke, zmanjševanje njene trdnosti in končno porušitev pri ~1400K (16 MPa) oz. pri ~1050K (0.2 MPa). Gorilne tablete se razsujejo v pretočne kanale.

Pri nadaljnjem višanju temperature pride do tvorbe evtektika med srajčko in podpornimi ploščami iz Inconela in nadalje do oksidacije Zircaloyeve srajčke zaradi prisotnosti pare. Oksidacija Zircaloyevih srajčk zaradi eksotermnosti pospešuje zviševanje temperature v reaktorski sredici, na drugi strani pa zaradi višjega tališča Zr(O) ($\sim 2030\text{K}$ do $\sim 2250\text{K}$) oz. ZrO_2 ($\sim 2970\text{K}$) oksidna skorja zadržuje talino Zr in s tem zavira nadaljnjo relokacijo jedrske sredice. Pri obravnavanih temperaturah UO_2 in ZrO_2 tvorita trdno raztopino, ki ima tališče šele pri $\sim 2800\text{K}$.

2.2 Nastop taljenja

Eksperimenti CORA (Hohorst, Allison, 1991) so nadalje pokazali, da je prva talina, ki se pojavi v jedrski sredici posledica interakcije med podpornimi ploščami iz Inconela in Zircaloyevimi srajčkami. Talina se lahko pojavi kot rezultat evtektične reakcije Fe-Zr že pri $\sim 1220\text{K}$ oz. Ni-Zr pri $\sim 1233\text{K}$.

Tlačnovodni reaktorji regulirajo reaktivnost s kontrolnimi palicami iz Ag-In-Cd v srajčki iz nerjavečega jekla. Vodila so izdelana iz Zircaloya. Kontrolne palice se začnejo topiti pri $\sim 1050\text{K}$. Zaradi izhlapevanja Cd se tlak v kontrolnih palicah poveča, pride do napihovanja jeklenih srajčk, do njihove porušitve in nadalje do taljenja. To se zgodi pri $\sim 1500\text{K}$ oz. $\sim 1700\text{K}$ pri povišanem tlaku. Talina kontrolnih palic Ag-In-Cd raztaplja Zircaloy in razdiralno deluje na vodila kontrolnih palic ter na srajčke gorilnih elementov.

Kontrolne palice vrelnih reaktorjev vsebujejo prašnati B_4C v jeklenih palicah, ki so povezane v obliko križa. Pri povišani temperaturi (1500K) B_4C reagira z jeklom, kar povzroči taljenje kontrolnih palic. Eksperimenti so pokazali, da talina napade in reagira s srajčkami gorilnih elementov in gorilnimi kanali iz Zircaloya. B_4C se poveže z Zircaloyem in tvori kapljevito fazo pri temperaturah, višjih od 1920K .

Tlačnovodni reaktorji vsebujejo tudi kontrolne palice z gorljivimi nevtronskimi strupi, ki vsebujejo 1.4 odstotka B_4C v Al_2O_3 , obdanim z Zircaloyevo srajčko. Eksperimenti CORA (Hobbins et al., 1991) in pregled ostanka sredice elektrarne na Otoku treh milj so pokazali, da prisotnost Al_2O_3 niža temperaturo nastopa taline. Poleg tega Al_2O_3 kemično reagira z Zircaloyem pri $\sim 1620\text{K}$, kar pripelje do porušitve srajčk gorilnih elementov. Iz vsega povedanega je mogoče zaključiti, da zaradi nekompatibilnosti Inconel podpornih plošč, Ag-In-Cd kontrolnih palic, B_4C kontrolnih palic in $\text{B}_4\text{C}-\text{Al}_2\text{O}_3$ gorljivih trupov z Zircaloyem zanesljivo pride do pojava taline v sredici jedrskega reaktorja, ko temperatura naraste nad $\sim 1500\text{K}$ (Hobbins et al., 1991).

2.3 Relokacija taline

Zaradi nizke viskoznosti talina, sestavljena iz kovinskih materialov, odteka navzdol in se pri tem ohlaja. Ko temperatura pade pod temperaturo tališča, se talina začne strjevati in tvoriti blokado za nadaljnji tok. Kot so pokazali eksperimenti PBF SFD 1-1, PBF SFD 1-4 in LOFT FP-2, se to ponavadi zgodi na eni izmed podpornih plošč. Skorja, ki se pri tem tvori, se zaradi različnih evtektikov popolnoma strdi šele pri $\sim 1070\text{K}$. Skorja namreč v primeru tlačnovodnega reaktorja vsebuje komplekse kovinskih elementov Zr-Fe, Zr-Ni, Zr-Ag, Zr-Ag-In in Ag-In-Cd. Prisotnost kristalov UO_2 pa kaže na raztopljeno jedrsko gorivo celo pri nizkih temperaturah.

Pri višjih temperaturah se UO_2 (tališče $\sim 3100\text{K}$) pričinja raztapljati v talini Zircaloya (tališče $\sim 2200\text{K}$). Tako je talina, ki je bogata z Zircaloyem, sposobna raztapljati UO_2 celo pri temperaturi $\sim 1500\text{K}$. Količino raztopljenega UO_2 omejuje stopnja oksidacije Zircaloya. Čim večja je oksidacija Zircaloya, tem nižja je stopnja nasičenja z UO_2 .

Pregled sredice v jedrski elektrarni na Otoku treh milj je pokazal, da lahko raztopina Zircaloya in UO_2 vsebuje kar 45 odstotkov premeščenega UO_2 (Akers, McCardell, 1989). Ta oksidna zmes se pomika navzdol in se zaradi visokega tališča oksidnih materialov in močnega odvoda toplote hitro strjuje.

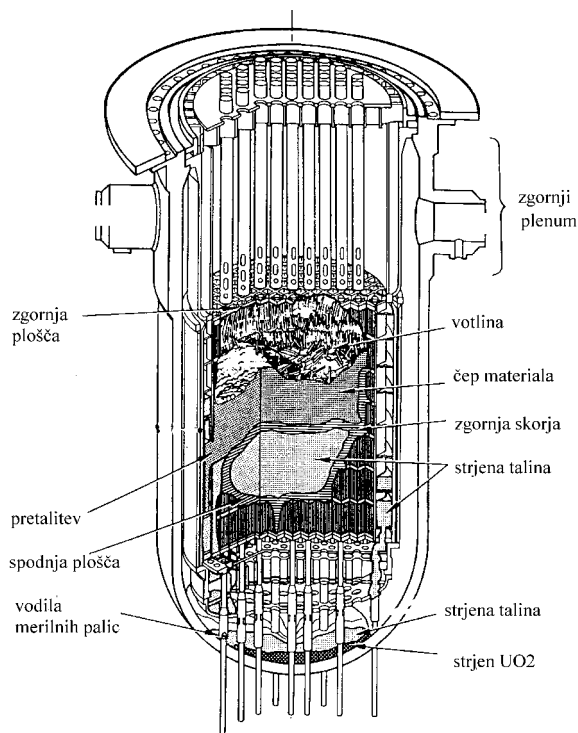
2.4 Nastanek blokade

Na kovinski skorji predhodno raztopljenega materiala se tako izoblikuje oksidni čep. Zaradi razpadne toplote in slabe prevodnosti se oksidna zmes, sestavljena pretežno iz keramične faze $(\text{U,Zr})\text{O}_2$, ponovno stali, pri čemer lahko temperatura taline naraste tudi do tališča UO_2 (~ 3100 K). Nad kovinsko skorjo se tako ustvari bazen oksidne taline.

Zaradi nehomogenih razmer v jedrski sredici ponesrečenega reaktorja (nehomogenost temperature, prisotnost pare, različnost materialov) taljenje, relokacija in oksidacija taline potekajo na več ločenih mestih. Delne ali skupne blokade, ki nastanejo kasneje s strjevanjem materiala, zato ne morejo preprečiti oz. zajeziti pretoka pare in nadaljnje oksidacije jedrske sredice. Posledica tega je, da se, kljub nastopu čepov oz. čepa, oksidacija nadaljuje. Temperatura se še povečuje, prav tako pa se tvori vodik. Proces preneha, ko je ves material v jedrski sredici oksidiran ali če zaradi vzpostavitve hlajenja temperatura pade (Hobbins et al., 1991).

2.5 Izlitje v spodnji plenum

Oksidna talina v bazenu nad kovinsko skorjo se počasi ohlaja in pri tem raztaljuje okolišnji material. Zaradi viskoznosti in nadaljne rušitve sredice se na vrhu bazena izoblikuje oksidna skorja, nad njo pa čep iz delno raztaljenega materiala jedrske sredice (Akers, McCardell, 1989). Zaradi teže materiala, termičnih napetosti in taljenja bo skorja popustila in talina se bo izlila skozi spodaj ležečo strukturo v spodnji plenum.



Slika 2: Reaktorska posoda ponesrečenega reaktorja na Otoku treh milj. (Akers, McCardell, 1989)

Pri tem bo ostala spodnja podporna struktura sredice skoraj nedotaknjena zaradi oksidne izolacijske skorje, ki se tvori. Talina pa lahko prodre tudi skozi termično in nevtronsko zaščito ob strani in se izlije po radialnem kanalu, kot se je to zgodilo v primeru nesreče na Otoku treh milj (slika 2).

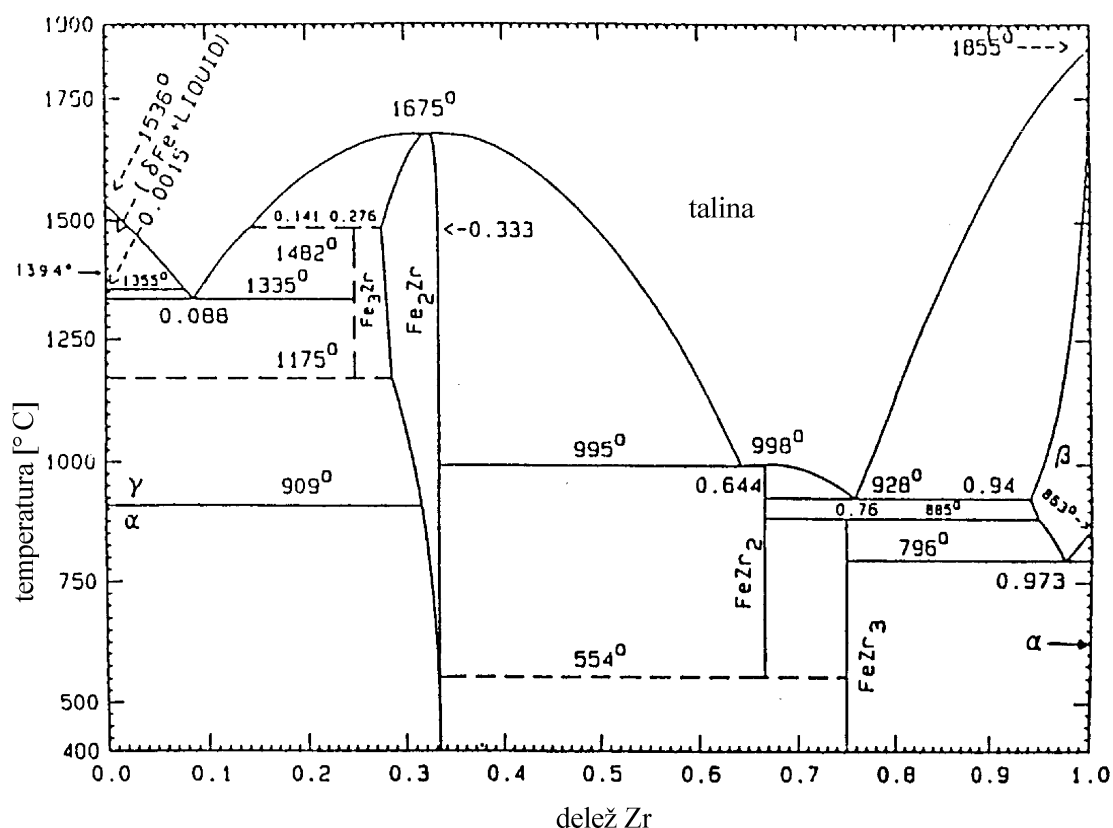
V spodnjem plenumu se talina sreča s hladilom (vodo). Voda razprši curek taline, ki se zaradi visoke temperature obda s plastjo pare. V primeru, da se z razbitjem curka površina taline dovolj poveča, obstaja nevarnost parne eksplozije, ki lahko poruši reaktorsko posodo in zadrževalni hram. Verjetnost nastopa tako silne parne eksplozije je majhna, pogoji pa so podrobneje opisani v Berman et al. (1984).

3. Procesi v spodnjem plenu

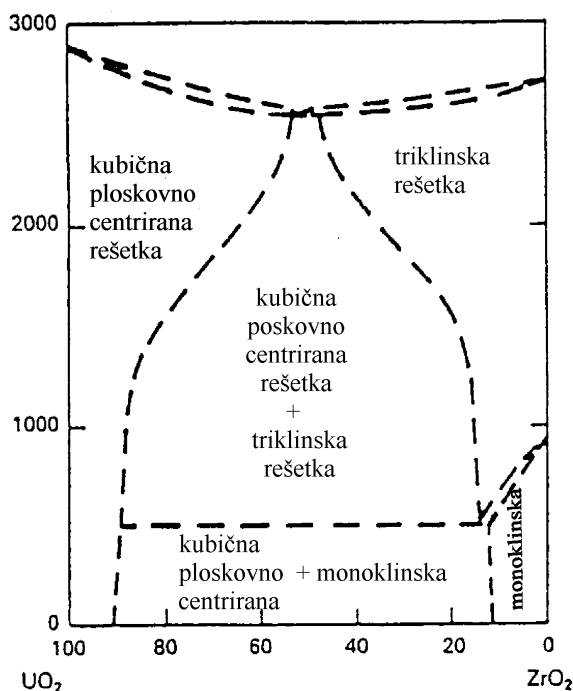
Procesi v talini spodnjega plenuma so zelo raznoliki in jih šele spoznavamo. Nepoznavanje lokalnih pogojev, stanja in sestave taline v spodnjem plenu ima za posledico nepoznavanje kemičnih in fizikalnih lastnosti taline (npr. viskoznosti, toplotne kapacitivnosti, termične razteznosti ipd.), kar onemogoča natančnejše modeliranje obnašanja taline jedrske sredice na nivoju kontinuuma.

3.1 Kemična sestava in procesi

Kemična sestava taline je kvalitativno znana iz nesreče na Otoku treh milj. Elementi zastopani v jedrski sredici: U, Zr, Fe, Cr, Ni, Mb, Ag, In, Cd in Sn, se pod vplivom visokih temperatur (~3100 K) povežejo v vrsto kompleksov in spojin. Zaradi množice sestavin je fazni diagram taline jedrske sredice večdimenzionalen in do danes neraziskan. Poznani so le fazni diagrami posameznih dvojic materialov, ki predstavljajo večino taline sredice jedrskega reaktorja. Na sliki 3 je predstavljen fazni diagram kovinskih komponent Fe/Zr, na sliki 4 pa fazni diagram oksidnih komponent UO_2/ZrO_2 . Ti diagrami dajejo slutiti vso zapletenost procesov v večkomponentni zmesi.

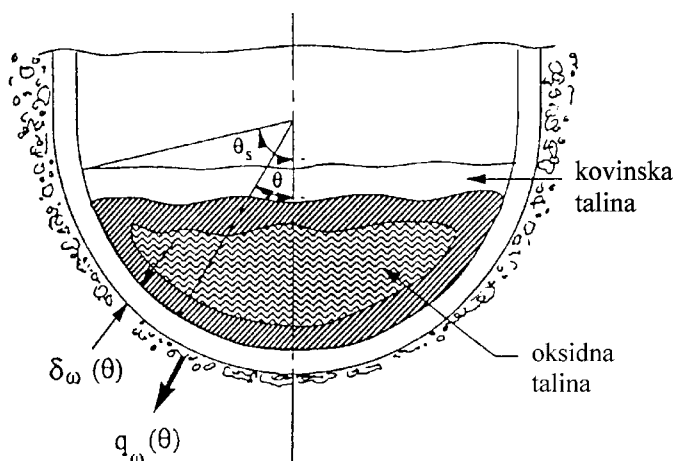


Slika 3: Fazni diagram kovinskih komponent Fe/Zr. (Theofanous et al., 1994b)



Slika 4: Fazni diagram oksidnih komponent UO_2/ZrO_2 . (Theofanous et al., 1997a)

Kljub temu, da te mešanice spojin ni mogoče obravnavati kot homogeno zmes, pa lahko spojine glede na obnašanje v spodnjem plenumu razdelimo na kovinske komponente in na oksidne komponente. Zaradi različnih gostot in temperatur tališča pride namreč do ločitve kovinskih in oksidnih spojin. Na dnu se nabere oksidna plast, sestavljena pretežno iz UO_2 in ZrO_2 , na vrhu pa plast, sestavljena pretežno iz kovinskih komponent Fe- in Zr-, kot to prikazuje slika 5.



Slika 5: Ločitev oksidnih in kovinskih komponent v spodnjem plenumu. (Theofanous et al., 1994b)

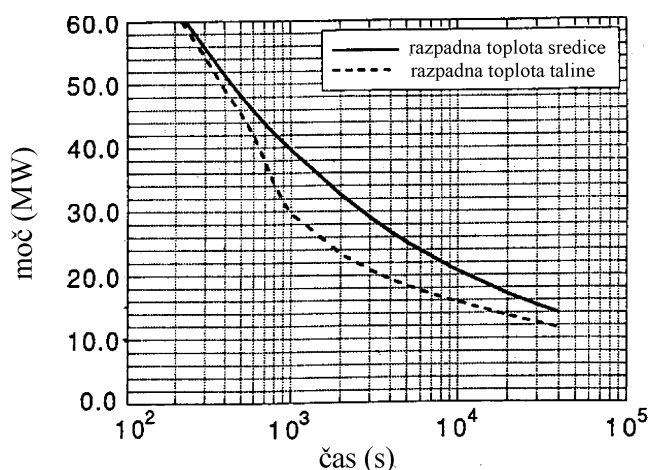
Dogajanje v spodnjem plenumu uravnava toplotni pojavi. V osnovi jih lahko razdelimo na generacijo toplote in odvod toplote. Vir energije je razpadna toplota radioaktivnega materiala v oksidni talini jedrskega goriva, medtem ko se energija porablja za sevanje s površine bazena taline nazaj v sredico, odvod toplote skozi stene reaktorske posode in naravno konvekcijo. Postavlja se seveda inženirsko vprašanje: kakšno in kolikšno naj bo zadostno hlajenje, da bo ostala reaktorska posoda cela, radioaktivne snovi pa varno zadržane?

3.2 Generacija toplote v oksidni talini

Talina se v spodnji plenum izlije v obliki curka temperature nad 2500K (Suh, Henry, 1994, 1996a). Obilica vode v spodnjem plenumu talino fragmentira in ohlaja, voda pa se pri tem uparja. Večina raziskovalcev predvideva, da se talina strdi in ohladi na vsega 400 do 600K (Theofanous et al., 1997a, Suh, 1994). Šele ko vsa voda izpari, se material v spodnjem plenumu začne segrevati in taliti. Kolikšno temperaturo doseže talina, ni odvisno samo od generacije toplote, ampak tudi od odvoda toplote. Zaradi tega se temperatura dvigne le nekoliko nad tališče UO_2 , do $\sim 3100K$ (Artnik et al., 1995).

Količina generirane toplote

Količina generirane toplote je odvisna od poteka nesreče in od mase taline, ki se med nesrečo nabere na dnu spodnjega plenuma. Glede na različne scenarije jedrske nezgode je namreč predvidena relokacija materiala jedrske sredice različno močna in hitra. Čim dalj časa bo jedrsko gorivo zadržano v jedrski sredici, tem manjša bo zaostala razpadna toplota taline jedrskega goriva v spodnjem plenumu.

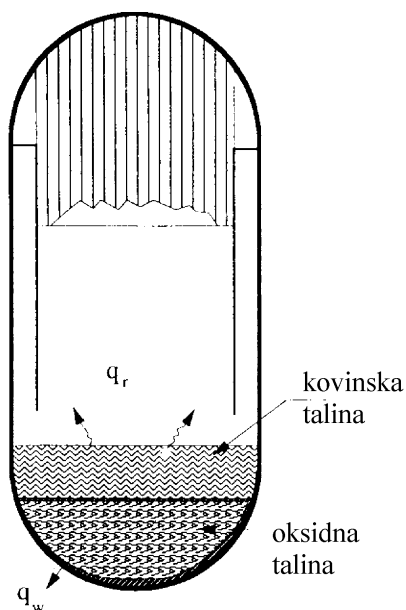


Slika 6: Časovna odvisnost razpadne toplote za reaktor AP 600 (ALWR). (Theofanous et al., 1997a)

Ocenjeno je bilo, da se prva relokacija po najbolj konservativnem scenariju prične 3 do 4 ure po zaustavitvi reaktorja v nezgodni situaciji (Suh, Henry, 1996). Za reaktor AP600 (ALWR) je bila velikost razpadne toplote ocenjena na 15 do 20 MW. Razpadna toplota taline se nadalje zmanjšuje tudi zaradi hlapljivih reaktivnih produktov, ki zapiščajo talino (slika 6).

Masa taline

Masa taline, ki se zbere na dnu reaktorske posode, je odvisna tako od poteka nesreče kot od velikosti jedrske sredice. Zaradi tega večina strokovnjakov pri svojih izračunih upošteva najkonservativnejše ocene. Obseg oksidacije Zircaloya je ocenjen na 40 do 75 odstotkov, kar ima za posledico relokacijo celotne mase jedrske sredice (slika 7) v primeru tlačnovodnega (Theofanous et al., 1994a, Theofanous et al., 1997a) in prav tako v primeru vrelnega reaktorja (Suh, Henry, 1996). O konservativnosti te ocene govori dejstvo, da se je v primeru nesreče na Otoku treh milj v spodnji plenum izlilo le okoli 15 odstotkov skupne mase jedrske sredice in to pretežno oksidne taline (Akers, McCardell, 1989).

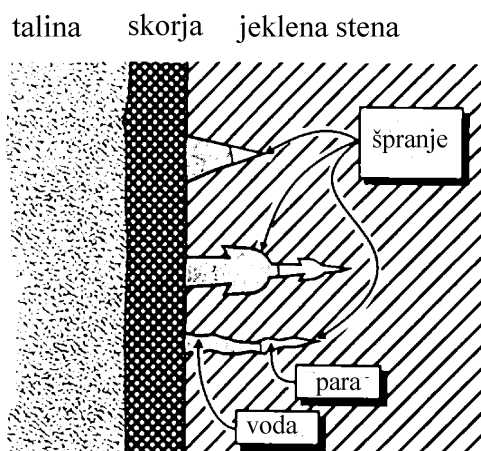


Slika 7: Razporeditev materiala v reaktorski posodi po taljenju jedrske sredice. (Theofanous et al., 1997)

Bolj kot dejanske vrednosti mase taline je pomembna geometrična razporejenost taline v spodnjem plenumu. Talina se namreč loči na oksidno in kovinsko plast, pri čemer je v oksidni plasti zbrana večina radioaktivnega materiala, kovinska plast pa je le prenosnik toplote. Izračunano je bilo, da lahko talina zalije celoten spodnji plenum, kar znaša v primeru reaktorja AP600 (ALWR) do 134 ton materiala. Predvideno je, da se okoli 70 ton materiala loči v kovinsko plast, ki pokrije oksidno plast (Theofanous et al., 1997a).

Nastanek skorje

Visoko tališče oksidnih komponent ($\sim 2800\text{K}$, Theofanous et al., 1997a) povzroči, da se oksidna plast taline obda s skorjo. Procesi taljenja in strjevanja zagotavljajo izotermne robne pogoje na mejah bazena oksidne taline.

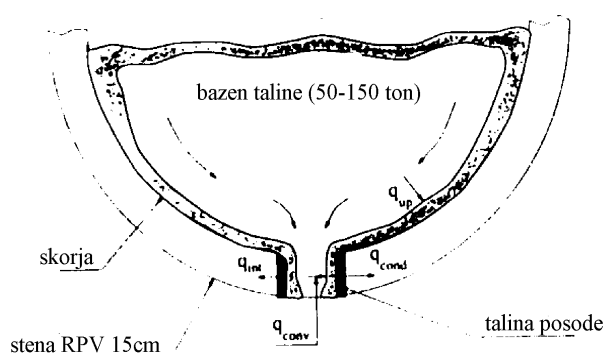


Slika 8: Ujetost hladila med skorjo in steno reaktorske posode. (Suh, Henry, 1996b)

Ker je tališče jeklene posode nizko ($\sim 1600\text{K}$), tališče oksida pa visoko ($\sim 2800\text{K}$), nastajajo v skorji velike temperaturne razlike, kar ima za posledico velike termične napetosti. Zaradi tega je skorja oksidne taline nestabilna in se ruši (Suh, Henry, 1996b). Pojav še dodatno zapleta dejstvo, da zaradi površinske hrapavosti, odprtih na dnu reaktorske posode in plastifikacije reaktorske posode ostane del hladila ujet med oksidno skorjo in steno reaktorske posode, kot prikazuje slika 8. To hladilo se burno uparja, hladi okolico, istočasno pa rušilno deluje na samo skorjo (Suh, Henry, 1996a).

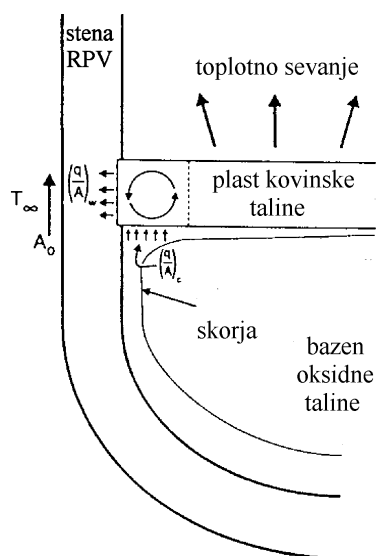
3.3 Prenos toplote v kovinski plasti taline

Na začetku preučevanja dogajanja v spodnjem plenumu je veljalo prepričanje, da je najbolj obremenjeno dno. Narejene so bile študije (Dinh et al., 1996) in celo eksperimentalni programi (Sehgal et al., 1995), ki so obravnavali pretalitev dna spodnjega plenuma. Osnovne geometrične značilnosti so prikazane na sliki 9. V teh eksperimentih je bila kot delovna snov uporabljena termitna masa.



Slika 9: Pretalitev dna spodnjega plenuma. (Dinh et al., 1996)

Šele nadaljnji študij naravne konvekcije kapljevine z notranjo generacijo toplote in izotermnimi robnimi pogoji je pokazal, da je termično najbolj obremenjen vrh spodnjega plenuma, kjer sferični del prehaja v cilindričnega (slika 10).



Slika 10: Obremenjenost stene zaradi plasti kovinske taline. (Suh, Henry, 1994)

Pozornost se je tako z bazena oksidne taline preusmerila na plast kovinske taline, ki pokriva le-tega. Kovinska plast taline je sestavljena iz raztopine Zr in jekla ter predstavlja ~50 odstotkov skupne mase v spodnjem plenumu. Glede na sestavo oz. razmerja komponent se tališče močno spreminja in sicer od 1201K do 1948K (Theofanous et al., 1994b).

Kritična višina

Plast kovinske taline deluje kot termična leča na stene reaktorske posode. Na spodnji strani se kovinska plast taline segreva, na zgornji pa se ohlaja s sevanjem. Če se odvod toplote s sevanjem zmanjšuje zaradi zmanjšane emisivnosti gladine, se temperatura taline viša. Tako se vedno več toplote preliva skozi izotermne stene reaktorske posode. Gostota toplotnega toka na steni reaktorske posode še dodatno naraste, če se višina kovinske taline zniža. Zaradi tega so tanke plasti kovinske taline nad bazenom oksidne taline nevarnejše kot debele plasti.

Napovedati, kolikšna je kritična debelina plasti, je težko. Odvisna je od dveh dejavnikov: od sevanja s površine kovinske taline in procesa naravne konvekcije. Zaradi tega v tem trenutku obstajajo samo parametrične ocene (Theofanous et al., 1994a, Theofanous et al., 1994a, Artnik et al., 1995) kritične debeline kovinske taline. Glavna prepreka ostaja zanesljivo modeliranje naravne konvekcije v ekstremnih nezgodnih situacijah.

3.4 Toplotno sevanje

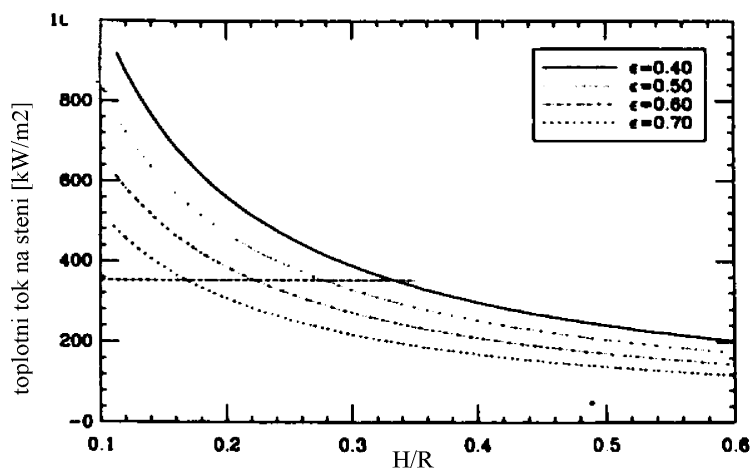
Toplotno sevanje je eden izmed pojavov, ki skrbijo za odvod toplote s površine taline. Da bi lahko določili količino izsevane toplote, je potrebno poznati temperaturo taline, njeno geometrično razporeditev in temperaturo okolice, to je ostanka sredice in reaktorske posode po procesu taljenja jedrske sredice. Poleg tega je potrebno poznati še emisivnost in reflektivnost gladine taline oz. okolice ter prosojnost pare v reaktorski posodi. Ker je eksperiment, ki bi se popolnoma ujemal z realističnim stanjem, nemogoče izvesti, se je potrebno zateči k približkom. Zaradi tega se napovedi odvoda toplote z vrha bazena taline razlikujejo tudi za več 10 odstotkov.

Prve ocene velikosti toplotnega sevanja

Gabor et al. (1980) na osnovi eksperimentalnih podatkov trdijo, da znaša odvedena toplota s sevanjem kar 80 do 90 odstotkov generirane toplote v bazenu taline, medtem ko izračuni Mayingerja et al. (1976) kažejo na 30 do 50 odstotno izgubo. Zaradi ekstremnih temperatur taline je verodostojnost eksperimentalni rezultatov zelo težko zagotoviti.

Novejši izračuni velikosti toplotnega sevanja

Novejši izračuni (Theofanous et al., 1997a) že upoštevajo razslojenost taline na kovinsko in oksidno plast. Okolico obravnavajo poenostavljeno kot sfero oz. natančneje kot izpraznjeno reaktorsko posodo. Temperatura okolice je postavljena dovolj nizko, da je vpliv sevanja okolice na temperaturo bazena taline zanemarljiv. Emisivnost površine sloja kovinske taline je ocenjena na $\varepsilon = 0.45$, kar ustreza emisivnosti ogljikovega jekla pri temperaturi tališča 1600K (Theofanous et al., 1994b). Na sliki 11 je prikazano, kako višina izbrane emisivnosti ε vpliva na največjo gostoto toplotnega toka na steni reaktorske posode.



Slika 11: Gostota toplotnega toka na steni reaktorske posode v odvisnosti od emisivnosti gladine. (Theofanous et al., 1997a)

Z višino emisivnosti največja gostota toplotnega toka upada skoraj linearno. Izračunano je bilo, da znaša sevanje v primeru popolne raztalitve reaktorske sredice od 55 do 72 odstotkov odvoda toplote iz bazena taline (Theofanous et al., 1997a).

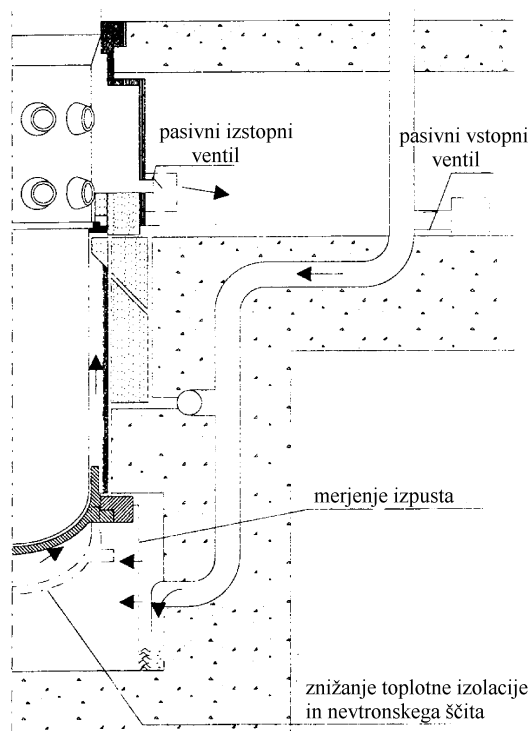
3.5 Odvod toplote skozi steno reaktorske posode

Poleg sevanja se toplota iz bazena taline odvaža s pomočjo prevoda toplote skozi steno reaktorske posode. Koliko toplote se bo odvedlo, je odvisno od dogajanja na obeh straneh sten. Iz tega razloga so bili opravljeni eksperimenti, kjer so bili kot hladilni mediji uporabljeni voda, dvofazna mešanica in zrak (Henry, Fauske, 1992). Pokazalo se je, da je voda zaradi velike gostote in velike uparjalne toplote daleč najbolj zanesljivo hladilno sredstvo, kljub temu, da bi ob določenih pogojih tudi močna prisilna cirkulacija zraka zadostovala za zadostno ohladitev. Zaradi tega večina avtorjev obravnava spodnji plenum potopljen v vodo.

Geometrična razporeditev hladila

Poleg snovskih lastnosti hladila je pomembna še geometrična razporeditev hladila ob zunanji steni reaktorske posode. Upoštevajoč kriterij hlajenja spodnjega plenumu ob težki nesreči imajo novi reaktorji tipa ALWR in HWR NPR prosto zunanjo površino reaktorske posode brez dodatne termične zaščite, nizek nivo reaktorske posode in dovolj okoliškega prostora za nemoten dotok hladila in odvod pare (Henry, Fauske, 1992).

V nasprotju pa bo potrebno geometrijo okolice reaktorske posode pri starejših reaktorjih prirediti tako, da bodo upoštevani tudi varnostni kriteriji hlajenja spodnjega plenuma. Prvi takšen projekt je že prešel v izvedbeno fazo in sicer za reaktor Loviisa na Finskem (Kymäläinen et al., 1997). Načrtovane modifikacije je mogoče videti na sliki 12.

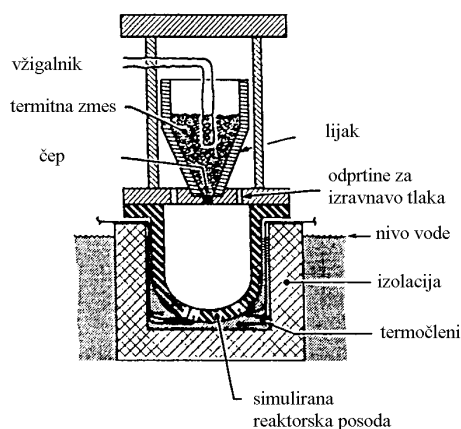


Slika 12: Načrtovane modifikacije okolice reaktorske posode reaktorja Loviisa. (Kymäläinen et al., 1997)

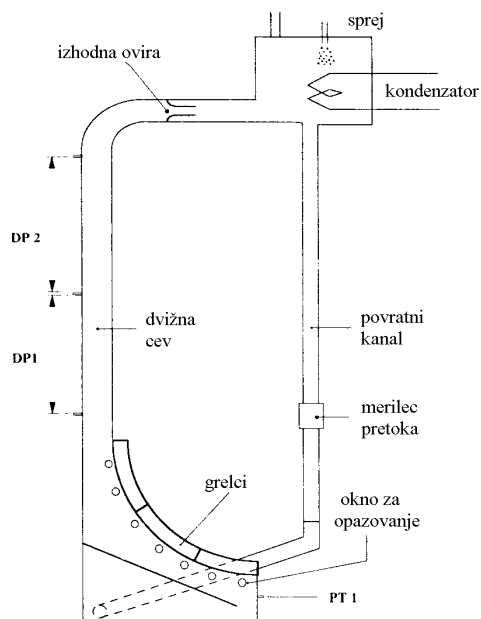
Predstavitev eksperimentov

Mehanizem uparjanja je pri hlajenju spodnjega plenuma specifičen. Do sedaj je bilo raziskovanje usmerjeno na uparjanje pri dovedu toplote od spodaj in od strani. V takšnih primerih na mehurčke vseskozi delujejo vzgonske sile, ki jih odnašajo s kraja nastanka in tako preprečujejo spajanje mehurčkov v kontinuirano plast pare.

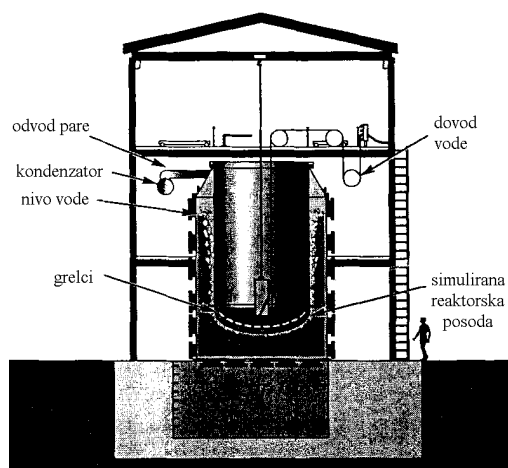
Pri obravnavi spodnjega plenuma pa nastopa uparjanje pri dovedu toplote od zgoraj. Vzgonske sile pospešujejo nastanek kontinuirane plasti pare. Ker korelacijski nastavki za prenos toplote za specifično geometrijo spodnjega plenuma niso obstajali, je bila izvedena cela vrsta eksperimentov: FAI (Henry, Fauske, 1992), ULPU (Theofanous et al., 1994a), CYBL (Chu et al., 1997a, Chu et al., 1997b), SBLB (Chueng et al., 1995, Chueng et al., 1997) in SULTAN (1997). Eksperimentalne naprave so prikazane na slikah 13, 14, 15, 16 in 17.



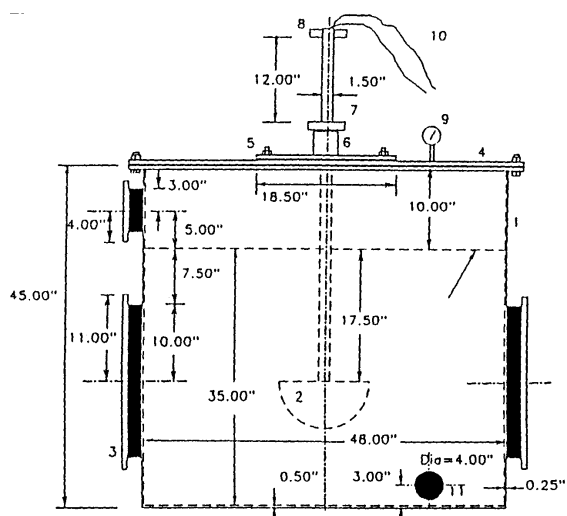
Slika 13: Eksperimentalna naprava FAI. (Henry, Fauske, 1992)



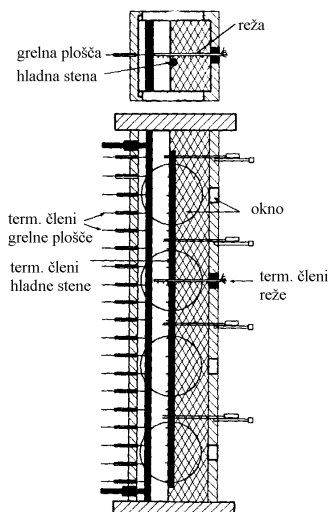
Slika 14: Eksperimentalna naprava ULPU 2. (Theofanous et al., 1997)



Slika 15: Eksperimentalna naprava CYBL. (Chu et al., 1997b)



Slika 16: Eksperimentalna naprava SBLB. (Chuang et al., 1997)



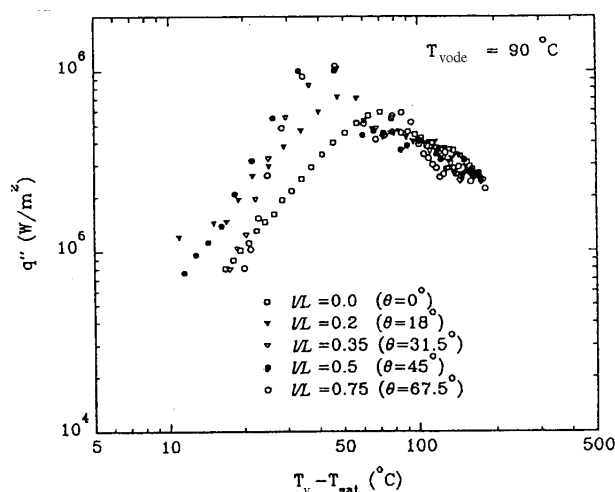
Slika 17: Eksperimentalna naprava SULTAN. (Rouge, 1997)

Kljub vsemu pa eksperiment, ki bi povezal notranje obnašanje kapljevine pod vplivom naravne konvekcije in hlajenje reaktorske posode z uparjanjem na zunanji steni, še ni bil izveden. V primeru eksperimentov ULPU, izvedenih za geometrijo reaktorske posode finske jedrske elektrarne v Loviisi, so se temu najbolj približali kljub temu, da je bil celoten eksperiment omejen le na dvodimenzionalno napravo. Kasnejše raziskave (eksperimenti CYBL in SBLB) so namreč pokazali, da je uparjanje na stenah spodnjega plenuma izrazito tridimenzionalen problem, ki ga dvodimenzionalne aproksimacije preveč poenostavijo (Cheung et al., 1997).

Eksperimenti CYBL (slika 15) in SBLB (slika 16) so bili izvedeni na tridimenzionalnih geometrijah s sferično oz. eliptično obliko. Telo je bilo segreto na temperaturo nad pojavom plastnega uparjanja in nato potopljeno v hladilo, pri čemer so termočleni na površini telesa beležili temperaturo. Na ta način je bilo mogoče ugotoviti vrelnе krivulje za posamezne lokacije spodnjega plenuma v podhlajeni vodi ($t < 100^\circ\text{C}$) in v vreli vodi ($t = 100^\circ\text{C}$).

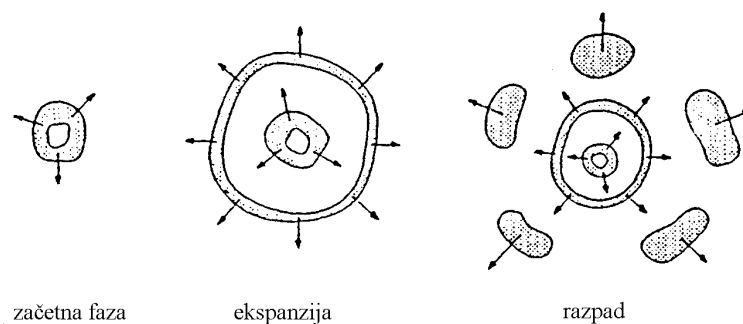
Značilnosti procesa uparjanja

Pokazalo se je, da se proces uparjanja spreminja ne samo časovno, ampak tudi krajevno, tako v aksialni kot v kotni smeri, kar je mogoče videti na sliki 18.



Slika 18: Vrelnе krivulje na različnih lokacijah sferične posode. (Chueng et al., 1997)

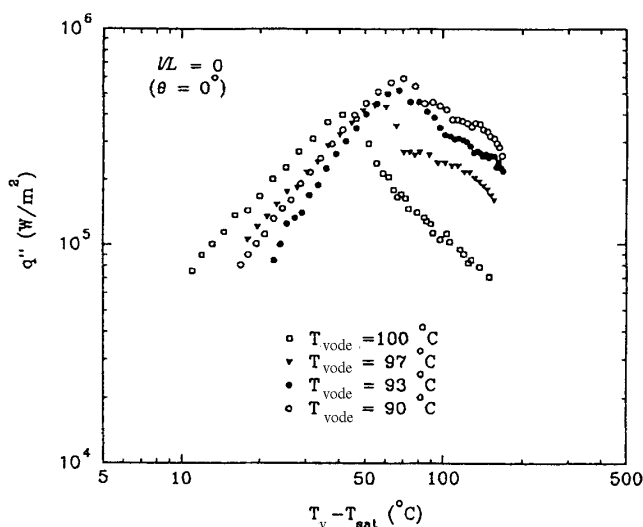
Prav tako je bilo opaziti cikličnost procesa. Najprej pride do direktnega kontakta med hladilom in trdno steno spodnjega plenuma. Ko mejna plast doseže temperaturo uparjanja, se pojavijo parni mehurčki, ki rastejo s časom. Prične se koalescenca mehurčkov v enotno plast pare, ki pri kritični velikosti razpade v obroč pare. Ta se pod vplivom vzgona pomika navzgor. Zaradi divergirajoče površine obroč proti vrhu razpade na posamezne čepi pare, kot je prikazano na sliki 19.



Slika 19: Ciklus uparjanja na dnu sferične posode. (Chueng et al., 1995)

Če gostoto toplotnega toka povečamo proti kritični gostoti toplotnega toka (q_{CHF}), se dogajanje pospeši. Trajanje ciklov se skrajša tako, da traja posamezni cikel vsega 0.25s. Nastanek in koalescenca mehurčkov se pospešijo, čepi pare pa se eksplozivno širijo proti robu spodnjega plenuma (Chueng et al., 1997, Chu et al., 1997a).

V primeru podhlajenosti hladila na zunanji steni spodnjega plenuma, se v režimu plastnega uparjanja opazi redukcija velikosti mehurčkov in povečanje frekvence njihovega nastajanja. Čim večja je podhlajenost, tem manjša je velikost mehurčkov in tem kasneje pride do kritične gostote toplotnega toka (q_{CHF}). Ugotovljeno je bilo, da višina kritične gostote toplotnega toka narašča skoraj linearno s stopnjo podhlajenosti vode. Kot kaže slika 20, znaša višina kritične gostote toplotnega toka v primeru vode pri temperaturi vrelišča 0.4 MW/m^2 na dnu spodnjega plenuma, v primeru podhladitve za $10 \text{ }^\circ\text{C}$ pa 0.59 MW/m^2 .

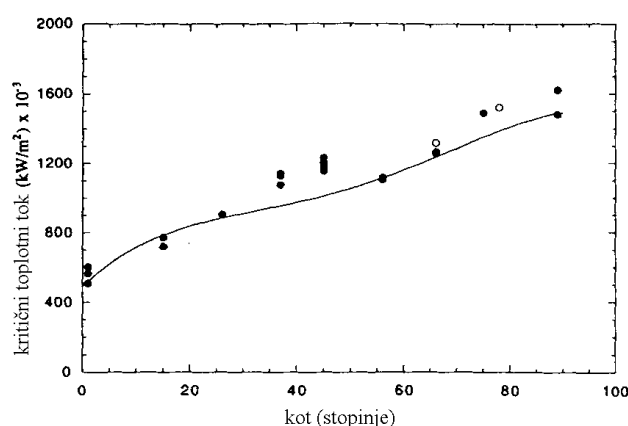


Slika 20: Vrelne krivulje za različne stopnje podhladitve na dnu sferične posode. (Chueng et al., 1997)

Krajevne spremembe toplotnega toka

Kljub temu, da eksperimenti, izvedeni v Sandia National Laboratories (CYBL) in na Penn State University (SBLB), omogočajo konstrukcijo krivulj vrenja za posamezno točko na zunanji steni spodnjega plenuma, njihovih zaključkov vseeno ne moremo preprosto uporabiti v primeru hlajenja spodnjega plenuma. V primeru hlajenja spodnjega plenuma je namreč gostota toplotnega toka odvisna tudi od procesov naravne konvekcije v njegovi notranjosti. Zaradi tega gostota toplotnega toka vzdolž sferične stene ni konstantna.

Variacije gostote toplotnega toka vzdolž stene spodnjega plenuma so eksperimentalno opazovali na Finskem v seriji eksperimentov ULPU. Kot grelni element je bil uporabljen zakrivljen nosilec z uporovnimi elementi, ki so poskrbeli za pravilno razporeditev gostote toplotnega toka (slika 14). Kljub vsemu pa so eksperimenti ULPU popolnoma zanemarili tridimenzionalni učinek uparjanja. Pokazali so, da je kritična gostota toplotnega toka (q_{CHF}), pri kateri nastopi kriza vrenja, najnižja na dnu spodnjega plenuma in najvišja na njenem robu (slika 21).



Slika 21: Kritična gostota toplotnega toka na steni ukrivljenega nosilca: ULPU 2 eksperiment. (Theofanous, Syri, 1997)

Da bi nedvoumno odgovorili na vprašanje, kateri del spodnjega plenuma reaktorske posode bo najprej izpostavljen kritični gostoti toplotnega toka q_{CHF} , bodo morali bodoči eksperimenti hkrati upoštevati razporeditev notranje energije s pomočjo naravne konvekcije v samem spodnjem plenumu in procese uparjanja na njegovi zunanji steni.

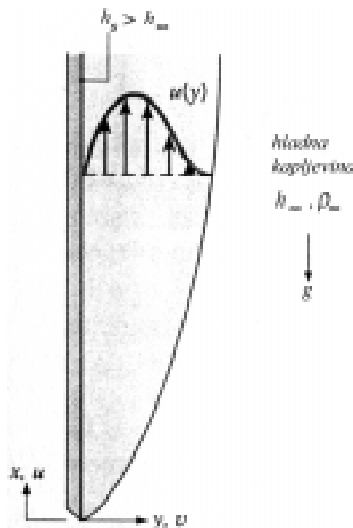
3.6 Naravna konvekcija

Najpomembnejši mehanizem, ki kontrolira odvod toplote iz taline sredice jedrskega reaktorja, je naravna konvekcija. Naravna konvekcija določuje osnovni tokovni vzorec, s tem pa tudi prenos toplotne energije v spodnjem plenumu in toplotno obremenitev sten. Zaradi pomembnosti vloge naravne konvekcije v talini, pri problemu ohlajanja spodnjega plenuma, jo je potrebno podrobneje opisati.

Definicija

V splošnem naravno konvekcijo definiramo kot pojav, kjer je gibanje kapljevine posledica volumetričnih sil in gradientov gostote. Volumetrična sila je lahko gravitacijska, centrifugalna ali Coriolisova, gradienti gostote pa so običajno posledica temperaturnih razlik. V večini primerov

se gostota kapljev in plinov z višanjem temperature zmanjšuje : $(\partial\rho/\partial h) < 0$. Toplota se v kapljevini prenaša na 3 načine in sicer s prevodom toplote, konvektivnim gibanjem in toplotnim sevanjem. Posamezni režimi prenosa toplote prehajajo med seboj praviloma nezvezno in hipno. Takšne točke nestabilnosti procesov v kapljevini se imenujejo bifurkacijske točke.



Slika 22: Naravna konvekcija ob segreti steni. (Incropera, DeWitt, 1996)

Če kapljevino izpostavimo temperaturni razliki, je prenos toplote skozi kapljevino posledica prevoda toplote med sosežnimi kapljevinskimi delci. Šele ko temperaturna razlika preide kritično vrednost in vzgon premaga viskozne sile, se kapljevina prične gibati. Toplejša kapljevina z manjšo gostoto se prične dvigati, hladnejša kapljevina z večjo gostoto pa spuščati. Tokovni profil ob segreti navpični plošči potopljeni v kapljevino je prikazan na sliki 22.

Stena zaradi temperaturne razlike ($h_s > h_\infty$) segreva kapljevino. Kapljevina ob steni ima zato manjšo gostoto napram okoliški kapljevini in se prične dvigovati. Tokovni profil, ki ga ustvari naravna konvekcija je tako bistveno drugačen kot tokovni profil v primeru prisilne konvekcije. Največja hitrost kapljevine v mejni plasti ni na robu mejne plasti ampak v njeni notranjosti. Čim bolj se oddaljujemo od stene, tem bolj prevladujejo viskozne sile okoliške kapljevine, ki zavirajo gibanje kapljevine, nad vzgonskimi silami. To dejstvo je še posebej pomembno pri modeliranju mejne plasti turbulentnih tokov, kjer je potrebno zidno funkcijo turbulentne viskoznosti prirediti za razmere naravne konvekcije (Horvat, Kljenak, 1997).

Matematični opis

V splošnem je gibanje kapljevine pri naravni konvekciji mogoče zapisati z enačbami :

- ohranitve mase :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (1)$$

- ohranitve gibalne količine :

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = -\nabla p + (\nabla \cdot \underline{T}) - \rho \vec{g}, \quad (2)$$

- ohranitve energije :

$$\frac{\partial(\zeta\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\zeta\rho h \vec{v}) = -\nabla \cdot \vec{q} + I \quad , \quad (3)$$

kjer je \underline{T} strižni tenzor, \vec{q} gostota toplotnega toka in I volumetrični toplotni izvor, snovske lastnosti pa so temperaturno odvisne :

$$\rho = \rho(h), \quad \mu = \mu(h), \quad \zeta = \zeta(h), \quad \lambda = \lambda(h) \quad . \quad (4)$$

Pri reševanju številnih praktičnih problemov se enačbe (1), (2), (3) in (4) bistveno poenostavijo, če uporabimo naslednje predpostavke :

- Newtonov zakon viskoznega tečenja,
- Fourierjev zakon prevoda toplote,
- nestisljivost kapljevine,
- Boussinesqova aproksimacija vzgonskih sil,
- linearna temperaturna odvisnost gostote $\rho = \rho_0(1 - \beta_0\Delta h)$.

Tako je sedaj :

- enačba ohranitve mase :

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad , \quad (6)$$

- enačba ohranitve gibalne količine :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} \otimes \vec{v}) = -\nabla b + \nu_0(\nabla^2 \vec{v}) - \beta_0 \Delta h \vec{g} \quad , \quad (7)$$

- enačba ohranitve energije :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h \vec{v}) = \frac{\lambda_0}{\zeta_0 \rho_0} \nabla^2 h + \frac{I_0}{\zeta_0 \rho_0} \quad . \quad (8)$$

Brezdimenzijska oblika enačb

Zaradi lažje medsebojne primerjave modelov naravne konvekcije so enačbe največkrat prevedene v brezdimenzijsko obliko, kjer so kot skale uporabljene naslednje osnovne veličine :

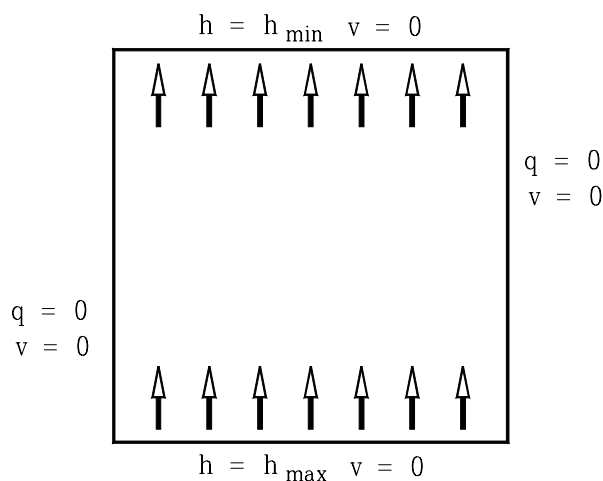
$$\text{višina simuliranega področja :} \quad L_0, \quad (9)$$

$$\text{snovske lastnosti v izbrani referenčni točki :} \quad \nu_0, \lambda_0, \zeta_0, \rho_0, \beta_0, \quad (10)$$

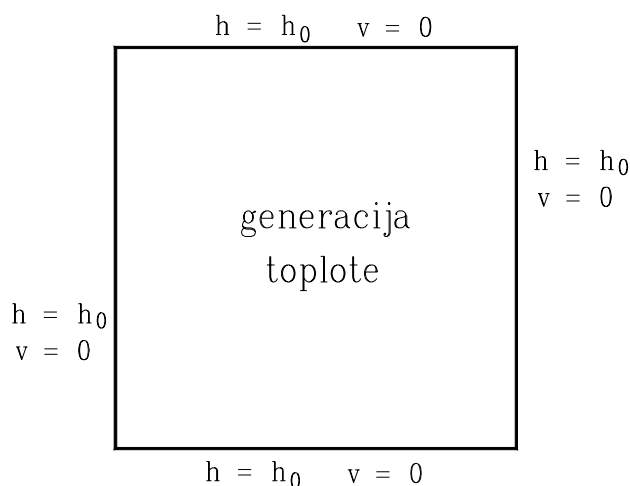
$$\text{temperaturna razlika :} \quad \Delta h \text{ oz. } h_0, \quad (11)$$

$$\text{generacija toplote :} \quad I_0 \quad . \quad (12)$$

Pri problema hlajenja spodnjega plenuma (slika 5) lahko gibanje kovinske taline označimo kot Rayleigh - Bénardov tip naravne konvekcije (slika 23), kjer je kapljevina greta od spodaj, gibanje oksidne taline pa kot naravno konvekcijo z volumetrično razporejenim izvorom toplote (slika 24). V primeru volumetričnega gretja kapljevine (slika 24) je osnovna skalirna veličina volumetrična generacija toplote I_0 , iz katere je mogoče izračunati temperaturno skalo h_0 . V primeru, ko volumetrično gretje ni prisotno in se kapljevina segreva skozi stene (slika 23), pa je osnovna skalirna veličina temperaturna razlika med toplo in hladno steno Δh .



Slika 23 : Gretje kapljevine skozi stene.



Slika 24 : Volumetrično gretje kapljevine.

Iz osnovnih skal dolžine, snovskih lastnosti in temperature oz. volumetrične generacije toplote je mogoče izpeljati ostale veličine skaliranja:

$$\text{toplotna difuzivnost:} \quad \nu_0 = \frac{\lambda_0}{\zeta_0 \rho_0}, \quad (13)$$

$$\text{hitrost:} \quad c_0 = \frac{\nu_0}{L_0} = \frac{\lambda_0}{\zeta_0 \rho_0 L_0}, \quad (14)$$

$$\underline{\text{čas:}} \quad t_0 = \frac{L_0}{c_0} = \rho_0 \zeta_0 \frac{L_0^2}{\lambda_0}, \quad (15)$$

$$\underline{\text{tlak:}} \quad b_0 = \rho_0 c_0^2 = \frac{\lambda_0^2}{\rho_0 L_0^2 \zeta_0^2}, \quad (16)$$

$$\underline{\text{toplotni tok:}} \quad Q_0 = I_0 t_0 = I_0 \rho_0 \zeta_0 \frac{L_0^2}{\lambda_0}, \quad (17)$$

$$\underline{\text{temperatura:}} \quad h_0 = \frac{Q_0}{\zeta_0 \rho_0} = \frac{I_0 t_0}{\zeta_0 \rho_0} = I_0 \frac{L_0^2}{\lambda_0}, \quad (18)$$

in brezdimenzijska števila:

$$\underline{\text{Prandtlovo število:}} \quad \text{Pr} = \frac{\nu_0}{\nu_0} = \zeta_0 \rho_0 \frac{\nu_0}{\lambda_0}, \quad (19)$$

$$\underline{\text{Rayleighovo število:}} \quad \text{Ra} = \zeta_0 \rho_0 \frac{|\vec{g}| \beta_0 \Delta h L_0^3}{\lambda_0 \nu_0} \quad \text{oz.} \quad \zeta_0 \rho_0 \frac{|\vec{g}| \beta_0 I_0 L_0^5}{\lambda_0^2 \nu_0}. \quad (20)$$

Prva oblika Rayleighovega števila velja v primeru gretja kapljevine skozi stene, druga oblika pa za volumetrično generacijo toplote (Decker, 1996). Prandtlovo število (19) podaja razmerje med difuzijo gibalne količine in toplote, Rayleighovo število (20) pa razmerje med konvekcijo gibalne količine zaradi vzgonskih sil in njeno difuzijo.

Uporabimo zgoraj zapisana spoznanja (9)-(20) in prevedimo enačbe (6), (7) in (8) v brezdimenzijsko obliko :

- enačba ohranitve mase :

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (21)$$

- enačba ohranitve gibalne količine :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} \otimes \vec{v}) = -\nabla b + \text{Pr} \nabla \cdot (\underline{T}) - \text{RaPr} h \frac{\vec{g}}{|\vec{g}|}, \quad (22)$$

- enačba ohranitve energije :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h \vec{v}) = \nabla^2 h + 1 \quad (23)$$

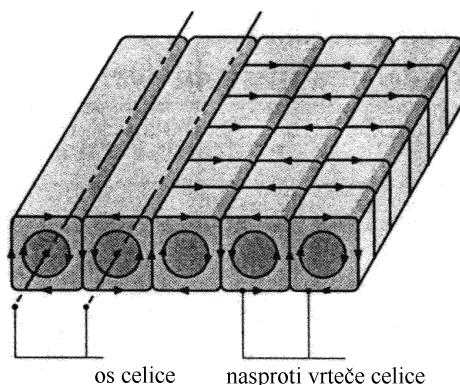
Pojav bifurkacijskih točk v kapljevini

Glede na vrednosti obeh skalarnih parametrov (19), (20), se razlikujejo tudi rešitve sistema transportnih enačb (21), (22) in (23). To sta prva odkrila Henri Bénard leta 1900, ko je spremljal gibanje olja, gretega skozi dno posode, in Lord Rayleigh, ki je teoretično obdelal njegove rezultate po načelih linearne stabilnostne teorije (Decker, 1996).

Eksperimentalno je množico različnih pojavov naravne konvekcije težko zajeti in opisati. Šele v sodobnem času so računalniki omogočili natančno spremljanje pojava naravne konvekcije

pri različnih vrednostih brezdimenzijskih parametrov (Ra in Pr števila) in pri različnih robnih pogojih. Nova spoznanja je povezala teorija nelinearnih dinamičnih sistemov oz. teorija kaosa, kjer je bila osrednja pozornost osredotočena na iskanje prehodnih točk (bifurkacijskih točk) med posameznimi režimi.

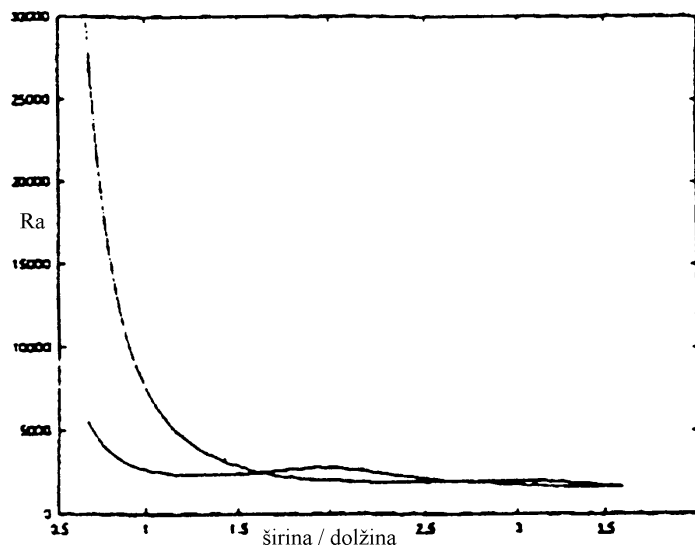
Rayleigh-Bénardova konvekcija (slika 23) je najboljše raziskan in opisan primer naravne konvekcije. Pri majhnih vrednostih Rayleighovega števila poteka v kapljevini le prevod toplote in kapljevina miruje. Ko vrednost Rayleighovega števila preseže kritično točko in vzgonske sile premagajo viskozne sile, se kapljevina prične gibati (kapljevina je prešla 1. bifurkacijsko točko) Izoblikuje se krožno gibanje z več vzporedno ležečimi valji (slika 25).



Slika 25: Rayleigh - Bénardova konvekcija. (Incropera, DeWitt, 1996)

Kolikšna je kritična vrednost Rayleighovega števila je odvisno od geometrije posode. Čim večje je razmerje dolžine napram višini posode, tem nižja je kritična vrednost Rayleighovega števila (slika 26). Za dve vzporedni neskončni plošči znaša $Ra_{krit} = 1708$ (Incropera, DeWitt, 1996).

Število valjev je odvisno od geometrije posode. Večje kot je razmerje med dolžino in višino posode, večje število vrtincev se pojavi ob prekoračitvi Ra_{krit} . V primeru kockaste posode (slika 23) se pri prekoračitvi 1. bifurkacijske točke ($Ra = 2585$) pojavi le en valj. Pri prehodu 2. bifurkacijske točke ($Ra = 7575$) je prav tako mogoča stabilna rešitev z dvema vrtincema, ki pa se le redko pojavi. Pojav 2. bifurkacijske točke ostane tako neizražen (Decker, 1996).

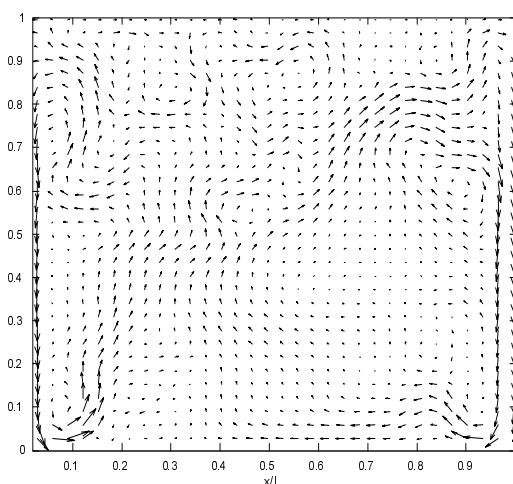


Slika 26: Nastop prve in druge bifurkacijske točke pri Rayleigh-Bénardovi konvekciji. (Decker, 1996)

V nasprotju z Rayleigh-Bénardovo konvekcijo (slika 23) pa je o naravni konvekciji kapljevine z notranjo volumetrično generacijo toplote in robnimi pogoji, prikazani na sliki 24, malo znanega. Predstavljeni robni pogoji so namreč prirejeni problemu hlajenja spodnjega plenuma, ki je aktualen šele v zadnjem času. Zaradi tega so znani le splošni tokovni vzorci in vrednosti prenosa toplote skozi steno, izražene v obliki Nusseltovega števila :

$$Nu = \alpha L_0 / \lambda_0, \quad (24)$$

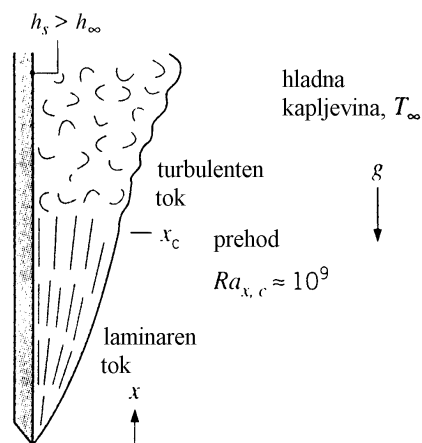
pri specifičnih vrednosti Ra števila. Po prehodu 1. bifurkacijske točke preide kapljevina v gibanje. Zaradi enakomernega volumetričnega gretja in odsotnosti odvoda toplote se pričinja kapljevina v sredini posode dvigovati. V stiku s hladnimi stenami se kapljevina ohlaja in spušča, kot prikazuje tokovno polje na sliki 27. S povečevanjem razmerja dolžine napram višini posode se kritična vrednost Rayleighovega števila Ra_{krit} zmanjšuje in vzpostavi se večje število cirkulacijskih valjev (Dinh et al., 1997).



Slika 27: Tokovno polje kapljevine pri volumetričnem gretju. (Horvat, Kljenak, 1997)

Prehod v turbulenten režim toka

Naravna konvekcija izvira iz termične nestabilnosti kapljevine, ki je izpostavljena temperaturnemu gradientu. Topla, lažja kapljevina se giblje navzgor, hladna, težja kapljevina pa navzdol. Termične nestabilnosti lahko ob zadostni jakosti vodijo do hidrodinamičnih nestabilnosti.

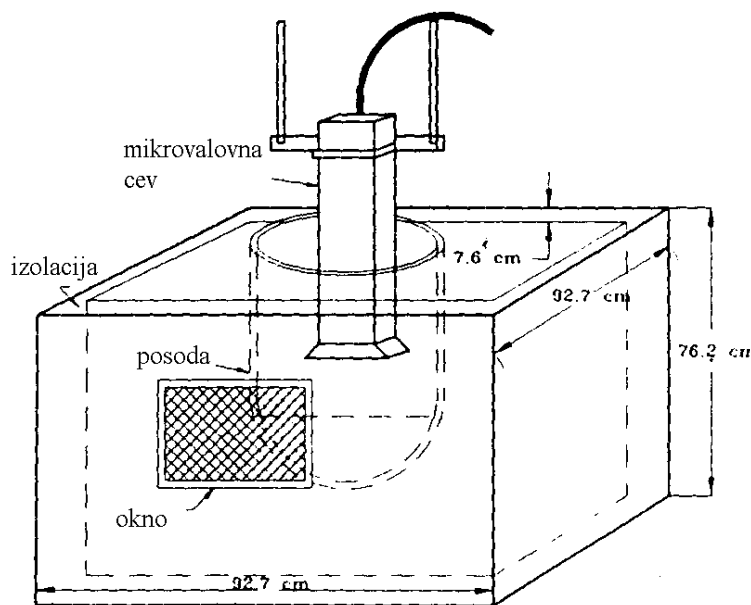


Slika 28: Prehod laminarnega režima toka v turbulentni. (Incropera, DeWitt, 1996)

To pomeni, da se morebitna motnja v kapljevini ojačuje in ne zamre zaradi viskoznih sil, kar vodi do prehoda v turbulentni režim toka (slika 28). Prehod iz laminarnega v turbulentni režim toka je najbolj odvisen od razmerja vztrajnostnih (vzgonskih) in difuzijskih sil v kapljevini. Zaradi tega se nastop turbulence v primeru naravne konvekcije največkrat povezuje z vrednostmi Rayleighovega števila. Ugotovljeno je bilo, da lahko pričakujemo prehod v turbulenten režim toka, v primeru gretja vertikalne stene, pri $Ra \geq 10^9$ (Incropera, DeWitt, 1996), v primeru Rayleigh - Bénardove konvekcije (slika 23), pri $Ra > 5 \cdot 10^5$ (Decker, 1996), in v primeru kapljevine z volumetričnim gretjem (slika 24), pri $Ra > 10^6$ (Decker, 1996 in Horvat, Kljenak, 1997).

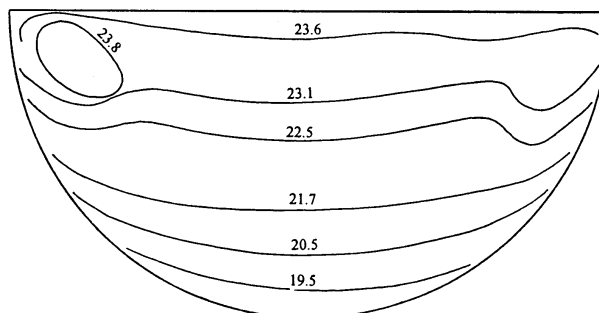
Naravna konvekcija v talini jedrske sredice

Pri problemu hlajenja spodnjega plenuma sta bili struktura toka kapljevine in njeno temperaturno polje prvič prikazani v Mayinger et al. (1976) in Gabor et al. (1980). Verodostojnejšo sliko je mogoče najti v člankih: Asfia, Dhir, (1996) in Asfia et al., (1996), kjer so eksperimenti izvedeni s freonom R113, gretim z mikrovalovi. Eksperimentalna naprava je prikazana na sliki 29.



Slika 29: Eksperiment naravne konvekcije kapljevine z notranjo generacijo toplote. (Asfia et al., 1996)

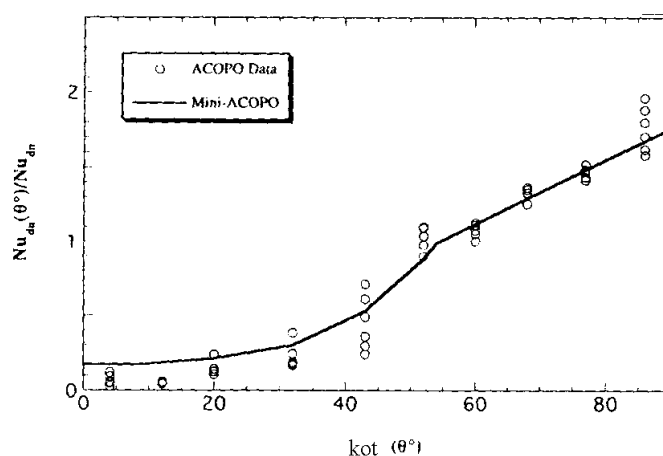
Kljub temu, da je bila vrednost Prandtlovega števila 8, vrednost Rayleighovega števila pa je dosegla 10^{12} , je mogoče zaključiti glavne značilnosti cirkulacije v spodnjem plenumu. Kapljevina se zaradi notranje generacije toplote v sredini posode dviguje, ob straneh se ohlaja in se težja spušča proti dnu. Tako se kapljevina razsloji proti dnu na vedno hladnejše in posledično tudi gostejše plasti (slika 29). Gradienti temperaturnega polja in vrednosti Nusseltovega števila so največji na vrhu, tik pod gladino, in najmanjši na dnu. Zaradi tega bi v primeru težke nesreče največjo toplotno obremenitev nosil predel okoli ekvatorja spodnjega plenuma in ne njegovo dno.



Slika 30: Temperaturno polje freona R113 v °C pri hlajeni zgornji strani. (Asfia, Dhir, 1996)

Ta spoznanja niso bila ovržena niti kasneje, ko so z eksperimenti ACOPO verodostojneje ponazorili pogoje v bazenu oksidne taline. Tudi v teh eksperimentih je bil kot delovna snov uporabljen freon R113 oz. voda. Namesto, da bi delovno snov volumetrično segrevali, so raje ohlajali stene eksperimentalne posode. Tako so dosegli vrednosti Rayleighovega števila do $2 \cdot 10^{16}$, kar popolnoma ustreza nezgodnim pogojem. Prenos toplote na sferični steni eksperimentalne naprave je prikazan na sliki 31.

Osnovna spoznanja so ostala nespremenjena, korelacijski nastavki za prenos toplote na spodnji steni in na zgornji gladini pa so bili vsled novih merskih rezultatov popravljeni, vendar največ za 10 odstotkov. Prav tako je bilo ugotovljeno, da Prandtlovo število ne vpliva na povprečen prenos toplote, ampak ima le lokalni vpliv na tokovno polje (Theofanous et al., 1997a, Theofanous et al., 1997b).



Slika 31: Razporeditev prenosa toplote (Nu števila) na steni eksperimentalne naprave ACOPO. (Theofanous et al., 1997b)

Vzporedno z eksperimentalnim delom so tekla tudi numerična prizadevanja za oceno in podrobnejši opis naravne konvekcije v notranjosti spodnjega plenuma. Pri tem je poglobljen problem modeliranja turbulence v pogojih vzgonskih tokov. V turbulentnem tokovnem režimu je namreč skala sprememb veličin toka kapljevine mnogo manjša kot v primeru laminarnih tokov. Da bi lahko opisali ta del gibanja tekočine, bi bilo potrebno numerično mrežo ustrezno zgostiti z uporabo dodatnih diskretizacijskih točk, časovni korak numerične integracije pa ustrezno zmanjšati. Meje računalniških zmogljivosti so glavna omejitev števila diskretizacijskih točk. Zato si ponavadi pomagamo z različnimi turbulentnimi modeli. Osnove postavitve različnih turbulentnih modelov so opisane v naslednjem poglavju.

4. Kaskadni prenos energije v toku kapljevine

V tem poglavju so podane osnove prenosa energije med strukturami v kapljevini. Gibanje kapljevine lahko v splošnem razdelimo glede na velikost struktur, ki se pojavljajo v toku. Glede na pogostost pojava posameznih velikosti ločimo različne tokovne režime kapljevine: laminarni, prehodni in turbulentni režim toka. Najpogosteje je zgoraj opisana razdelitev predstavljena v Fourierjevem spektralnem prostoru.

4.1 Matematični opis

Zapišimo korelacijo dveh lokalno ločenih odstopanj skalarja od statističnega povprečja:

$$h(R, t)h(R - \vec{r}, t) \quad (25)$$

Korelacijo dveh vektorskih veličin (hitrosti) je potrebno zapisati kot tenzorski produkt. Statistično povprečje korelacijskega tenzorja odstopanj zapišemo kot :

$$\underline{Q}(\vec{r}, t) = \langle \vec{v}(R, t) \otimes \vec{v}(R - \vec{r}, t) \rangle \quad (26)$$

Korelacijski tenzor statističnega povprečja hitrosti preslikamo v Fourierjev prostor. Tako smo pridobili tenzor energijskega spektra :

$$\underline{E}(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, t) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{Q}(\vec{r}, t) e^{-i(\kappa_1 r_1 + \kappa_2 r_2 + \kappa_3 r_3)} dr_1 dr_2 dr_3 \quad (27)$$

Zaradi lažje kasnejše uporabe je priročneje izpostaviti skalarno veličino. Tako je nastala tridimenzionalna funkcija energijskega spektra, ki je definirana s pomočjo sledi tenzorja energijskega spektra:

$$E(\kappa, t) = 2\pi\kappa^2 \underline{E}_{rr}(\kappa, t) \quad (28)$$

To veličino je z velikostjo struktur toka kapljevine prvi povezal Kolmogorov. Od tedaj je bila tridimenzionalna funkcija energijskega spektra intenzivno eksperimentalno in teoretično preučevana.

4.2 Energijski spekter gibanja kapljevine

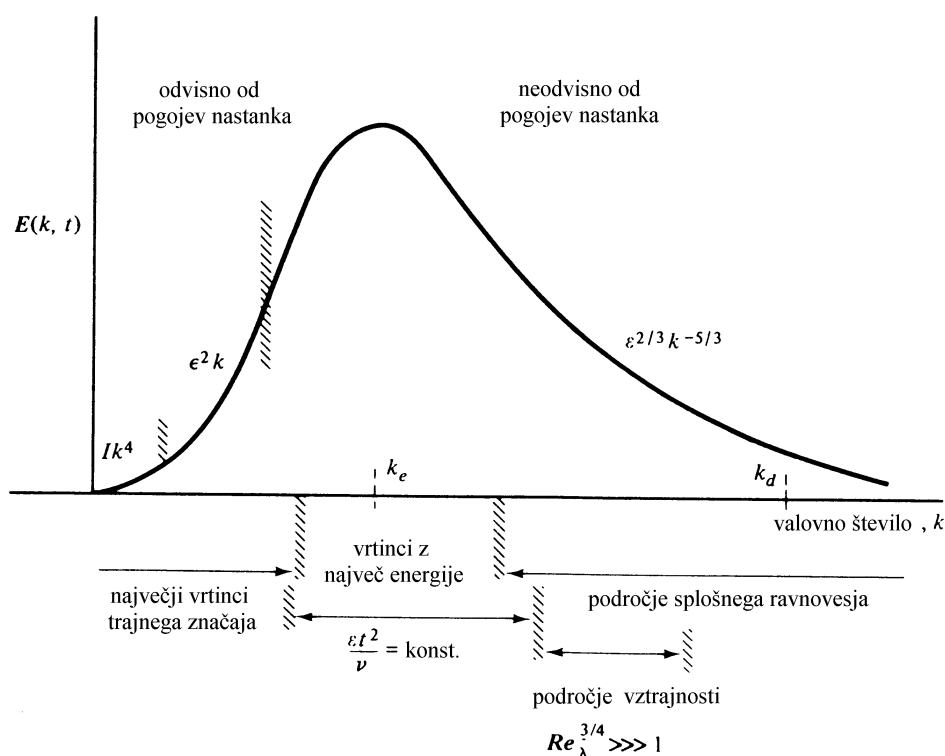
Eksperimenti so razkrili, kako je energijski spekter odvisen od valovnega števila posameznih struktur toka (slika 32). Kljub temu pa vse do danes še ni bilo teorije, ki bi v celoti teoretično povezala eksperimentalna dognanja za vse velikosti valovnih števil κ .

Kot vidimo na sliki 32 se spekter precej spreminja čez celotno območje valovnega števila κ . Na levi strani diagrama so največje strukture, ki imajo tudi največjo valovno dolžino ℓ oz. najmanjše valovno število κ . Tako je na skrajni levi strani diagrama laminarni tok. Na desni strani diagrama so najmanjše strukture, ki imajo najmanjše valovno dolžino ℓ oz. največje valovno število κ . Najmanjši vrtinci na skrajni desni strani diagrama izginjajo zaradi viskozne

disipacije v kapljevini, kinetična energija kapljevine pa se spreminja v toploto. Vmesno področje, kjer se energija prenaša z velikih struktur na manjše je eksperimentalno in teoretično najbolj zahtevno. V splošnem imenujemo turbulentno gibanje kapljevine celotno področje splošnega ravnovesja (*universal equilibrium range*), kjer velja zakon Kolmogorova :

$$E(\kappa, t) = A \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3} \quad (29)$$

pri čemer je A parameter, ε viskozna disipacija in κ valovno število. Predstavljena dognanja (slika 32) so omejena le na homogeno in izotropno turbulentno gibanje.



Slika 32: Odvisnost tridimenzionalne funkcije energijskega spektra E od valovnega števila κ tokovnih struktur. (Hinze, 1959)

Eksperimentalno so bile ugotovljene precej različne zakonitosti za posamezna območja valovnih števil κ . Veliki vrtinci razpadajo na manjše, kar ima za posledico prenos kinetične energije s struktur z majhnim valovnim številom na strukture z velikim valovnim številom κ . Problem modeliranja turbulentnih pojavov leži v majhnosti struktur turbulentnega toka (prevelika valovna števila), ki jih ne moremo dovolj natančno opisati z diskretno numerično mrežo. Tipična napaka, ki se pri tem pojavlja, je odvisnost rezultatov od gostote uporabljene numerične mreže. Zaradi tega je potrebno prenos kinetične energije toka kapljevine razdeliti na več nivojev ali *kaskad*.

4.3 Delitev na energijske kaskade

V praksi numeričnega modeliranja turbulence v kapljevini je prenos kinetične energije razdeljen ponavadi le na dva nivoja in sicer na nivo, ki ga brez težav opišemo z numerično diskretizacijo (separabilni del) in nivo, ki je za numerično diskretizacijo "neviden" (residuum).

Na ta način dobimo dve ločeni prenosni enačbi in sicer za prenos kinetične energije separabilnega dela hitrosti in prenos kinetične energije residuuma hitrosti.

Izvedimo splošno povprečenje enačbe ohranitve gibalne količine (22), neodvisno od posamezne metode povprečenja :

$$\frac{\partial \bar{\bar{v}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\bar{v}} \otimes \bar{\bar{v}}) = -\nabla \bar{b} + \text{Pr} \nabla \cdot (\bar{\underline{T}}) - \text{Ra Pr} \bar{h} \frac{\bar{\underline{g}}}{|\bar{\underline{g}}|}, \quad (30)$$

in jo zapišimo kot :

$$\frac{\partial \bar{\bar{v}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\bar{v}} \otimes \bar{\bar{v}}) = -\nabla \bar{b} + \text{Pr} \nabla \cdot (\bar{\underline{T}}) - \text{Ra Pr} \bar{h} \frac{\bar{\underline{g}}}{|\bar{\underline{g}}|} - \nabla \cdot (\overset{res}{\underline{\Pi}}), \quad (31)$$

kjer je

$$\overset{res}{\underline{\Pi}} = \overline{(\bar{v} \otimes \bar{v})} - (\bar{\bar{v}} \otimes \bar{\bar{v}}) \quad (32)$$

oz.

$$\overset{res}{\underline{\Pi}} = \overline{(\bar{v} \otimes \bar{v})} + \overline{(\bar{v} \otimes \overset{res}{\bar{v}})} + \overline{(\overset{res}{\bar{v}} \otimes \bar{v})} + \overline{(\overset{res}{\bar{v}} \otimes \overset{res}{\bar{v}})} - (\bar{\bar{v}} \otimes \bar{\bar{v}})$$

Enačbo prenosa kinetične energije separabilnega dela hitrosti dobimo, če povprečeno enačbo ohranitve gibalne količine (31) pomnožimo s separabilnim delom hitrosti $\bar{\bar{v}}$:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{\partial (\bar{\bar{v}} \cdot \bar{\bar{v}})}{\partial t} + \frac{1}{2} \bar{\bar{v}} \cdot \nabla (\bar{\bar{v}} \cdot \bar{\bar{v}}) = \\ & -\nabla \cdot (\bar{b} \bar{\bar{v}}) + \text{Pr} \nabla \cdot (\bar{\underline{T}} \cdot \bar{\bar{v}}) - \text{Pr} (\bar{\underline{T}} : \nabla \bar{\bar{v}}) - \nabla \cdot (\overset{res}{\underline{\Pi}} \cdot \bar{\bar{v}}) + \boxed{(\overset{res}{\underline{\Pi}} : \nabla \bar{\bar{v}})} - \text{Ra Pr} (\bar{h} \bar{\bar{v}}) \cdot \frac{\bar{\underline{g}}}{|\bar{\underline{g}}|}. \end{aligned} \quad (33)$$

Uokvirjen člen predstavlja ponor kinetične energije π na nivoju majhnih valovnih števil in prenos na nivo velikih valovnih števil κ .

Enačbo prenosa kinetične energije residuuma hitrosti dobimo, če enačbo ohranitve gibalne količine (22) pomnožimo s hitrostjo :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial (\bar{v} \cdot \bar{v})}{\partial t} + \frac{1}{2} \bar{v} \cdot \nabla (\bar{v} \cdot \bar{v}) = -\nabla \cdot (b\bar{v}) + \text{Pr} \nabla \cdot (\underline{T} \cdot \bar{v}) - \text{Pr} (\underline{T} : \nabla \bar{v}) - \text{Ra Pr} h\bar{v} \cdot \frac{\bar{\underline{g}}}{|\bar{\underline{g}}|}, \quad (34)$$

in jo nato povprečimo :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{(\bar{v} \cdot \bar{v})}}{\partial t} + \frac{1}{2} \overline{\bar{v} \cdot \nabla (\bar{v} \cdot \bar{v})} = -\nabla \cdot (\overline{b\bar{v}}) + \text{Pr} \nabla \cdot (\overline{\underline{T} \cdot \bar{v}}) - \text{Pr} (\overline{\underline{T} : \nabla \bar{v}}) - \text{Ra Pr} (\overline{h\bar{v}}) \cdot \frac{\bar{\underline{g}}}{|\bar{\underline{g}}|}. \quad (35)$$

Od nje odštejemo enačbo prenosa kinetične energije separabilnega dela hitrosti (33) :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{(\bar{v} \cdot \bar{v})}}{\partial t} - \frac{\partial (\bar{\bar{v}} \cdot \bar{\bar{v}})}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} \left(\overline{\bar{v} \cdot \nabla (\bar{v} \cdot \bar{v})} - \bar{\bar{v}} \cdot \nabla (\bar{\bar{v}} \cdot \bar{\bar{v}}) \right) = \\ & -\left(\nabla \cdot (\overline{b\bar{v}}) - \nabla \cdot (\bar{b} \bar{\bar{v}}) \right) + \text{Pr} \nabla \cdot (\overline{\underline{T} \cdot \bar{v}}) - \text{Pr} \nabla \cdot (\bar{\underline{T}} \cdot \bar{\bar{v}}) - \text{Pr} (\overline{\underline{T} : \nabla \bar{v}}) + \text{Pr} (\bar{\underline{T}} : \nabla \bar{\bar{v}}) \\ & + \nabla \cdot (\overset{res}{\underline{\Pi}} \cdot \bar{\bar{v}}) - (\overset{res}{\underline{\Pi}} : \nabla \bar{\bar{v}}) - \text{Ra Pr} \left(\overset{res}{\underline{\Omega}} \cdot \frac{\bar{\underline{g}}}{|\bar{\underline{g}}|} \right). \end{aligned} \quad (36)$$

Ker je kinetična energija residuuma sled korelacijskega tenzorja:

$${}^{res}\underline{\Pi}_{tr} = \overline{(\vec{v} \cdot \vec{v})} - (\vec{v} \cdot \vec{v}) \quad (37)$$

lahko enostavneje zapišemo :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial {}^{res}\underline{\Pi}_{tr}}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \nabla ({}^{res}\underline{\Pi}_{tr}) + \frac{1}{2} (\overline{\vec{v} \cdot \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v})} - \vec{v} \cdot \nabla (\overline{\vec{v} \cdot \vec{v}})) = \\ & - (\nabla \cdot (\overline{b\vec{v}}) - \nabla \cdot (\vec{b} \vec{v})) + \text{Pr} \nabla \cdot (\overline{\underline{T} \cdot \vec{v}}) - \text{Pr} \nabla \cdot (\underline{\overline{T}} \cdot \vec{v}) \quad \boxed{- \text{Pr} (\underline{\overline{T}} : \nabla \vec{v}) + \text{Pr} (\underline{\overline{T}} : \nabla \vec{v})} \\ & + \nabla \cdot ({}^{res}\underline{\Pi} \cdot \vec{v}) \quad \boxed{- ({}^{res}\underline{\Pi} : \nabla \vec{v}) - \text{Ra} \text{Pr} \left({}^{res}\underline{\Omega} \cdot \frac{\vec{g}}{|\vec{g}|} \right)} \end{aligned} \quad (38)$$

S črtkanim okvirjem je tokrat označen izvor kinetične energije na nivoju velikih valovnih števil κ , ki je sestavljen iz dveh členov. Prvi člen π predstavlja prenos kinetične energije z velikih struktur toka na manjše (enačba 33) medtem ko drugi predstavlja izvor na nivoju majhnih struktur zaradi vzgonskih sil. S polno črto je obrobljen ponor kinetične energije ε na nivoju velikih valovnih števil κ zaradi viskozne disipacije.

Prikazana je bila razdelitev toka kapljevine na dva nivoja. Nivo majhnih valovnih števil κ brez težav zadovoljivo natančno opišemo z numerično mrežo, medtem ko je za nivo velikih valovnih števil κ potrebno postaviti ločen model. Večina modelov obravnave turbulence se zadovolji z razdelitvijo na 2 kaskadi, čeprav so danes že znani modeli z več kot 20 kaskadami (Hanjalić, 1994).

5. Modeliranje turbulence z metodo simulacije velikih vrtincev

V tem poglavju je prikazana in pojasnjena *metoda simulacije velikih vrtincev* (Large Eddy Simulation Method), ki je bila uporabljana za opis turbulentne naravne konvekcije v kapljevini z notranjo generacijo toplote.

Dinamične veličine kapljevine \bar{v}, b, h lahko krajevno in časovno zapišemo kot neskončno Fourierjevo vrsto posameznih valov. Ti valovi so v turbulentnem toku krajevno in časovno krajši kot v primeru laminarnih tokov. Njihova valovna dolžina ℓ je manjša, valovno število κ pa večje (slika 32). Valovne dolžine teh valov lahko analitično ocenimo s pomočjo linearne stabilnostne teorije, ki pa v primeru nelinearnih diferencialnih enačb ohranitvenih zakonov (21), (22) in (23) drži le pogojno. Več o tem je mogoče najti v Baggett (1996).

5.1 Metode filtriranja

Neodvisno od modelskega pristopa obravnave turbulence lahko posamezne veličine razdelimo na separabilni del in residuum. Glede na način razdelitve ločimo:

- Reynoldsov pristop s časovnim filtriranjem oz. povprečenjem :

$$\langle h(r, \tau) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} G(\tau - t) h(r, t) dt \Rightarrow h(r, \tau) = \langle h(r, \tau) \rangle + h'(r, \tau) , \quad (39)$$

- metodo simulacije velikih vrtincev s krajevnim filtriranjem oz. povprečenjem :

$$\bar{h}(R, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(R - r) h(r, t) dr \Rightarrow h(R, t) = \bar{h}(R, t) + h^{res}(R, t) . \quad (40)$$

Pri tem mora pri izbiri tako časovnega kot krajevnega filtra veljati :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} G(r) dr = 1 . \quad (41)$$

Kako razdeliti veličino na njen separabilen del in residuum, je stvar pristopa oz. metode. Na splošno je mogoče za filtriranje spektra valovnih dolžin uporabiti različne oblike filtrov. Definirani so tako v Evklidskem kot v spektralnem prostoru, pri čemer velja med obema prostoroma naslednja povezava:

- Reynoldsov pristop s časovnim filtriranjem oz. povprečenjem :

$$\Gamma(\kappa) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(t) e^{i\kappa t} dt \quad \text{oz.} \quad \Gamma(\kappa) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(r) e^{i\kappa r} dr , \quad (42)$$

- metoda simulacije velikih vrtincev s krajevnim filtriranjem oz. povprečenjem :

$$G(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\kappa) e^{-i\kappa t} d\kappa \quad \text{oz.} \quad G(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\kappa) e^{-i\kappa r} d\kappa . \quad (43)$$

5.2 Vrste filtrov

Naj zapišem sedaj različne oblike filtrov za časovno in krajevno filtriranje v eni dimenziji.

- "top hat" filter

a.) Reynoldsov pristop s časovnim filtriranjem oz. povprečenjem :

$$G(\tau - t) = \begin{cases} 1/2\Delta t, & |\tau - t| \leq \Delta t \\ 0 & , |\tau - t| > \Delta t \end{cases} \quad \text{in} \quad \Gamma(\kappa) = \frac{\sin(\kappa 2\Delta t)}{(\kappa 2\Delta t)} \quad , \quad (44)$$

b.) metoda simulacije velikih vrtincev s krajevnim filtriranjem oz. povprečenjem :

$$G(R - r) = \begin{cases} 1/2\Delta r, & |R - r| \leq \Delta r \\ 0 & , |R - r| > \Delta r \end{cases} \quad \text{in} \quad \Gamma(\kappa) = \frac{\sin(\kappa 2\Delta r)}{(\kappa 2\Delta r)} \quad , \quad (45)$$

- Gaussov filter

$$G(R - r) = \sqrt{\frac{6}{\pi(\Delta r)^2}} e^{-\frac{6(R-r)^2}{(\Delta r)^2}} \quad \text{in} \quad \Gamma(\kappa) = e^{-\frac{\kappa^2 \Delta r^2}{6}} \quad , \quad (46)$$

- "cut-off" filter

$$G(R - x) = \frac{\sin(\pi(R - r))}{(\pi(R - r))} \quad \text{in} \quad \Gamma(\kappa) = \begin{cases} 1 & , |\kappa| \leq \pi/|\Delta r| \\ 0 & , |\kappa| > \pi/|\Delta r| \end{cases} \quad . \quad (47)$$

Medtem, ko se v primeru Reynoldsovega pristopa s časovnim filtrom uporablja le "top hat" filter, pa se v primeru metode simulacije velikih vrtincev enakovredno uporabljajo vsi trije filtri (Abbott, Basco, 1989).

5.3 Lastnosti filtrov

Za Reynoldsovo časovno filtriranje navajajo avtorji, npr. Hinze (1959), naslednje zakonitosti:

$$\begin{aligned} \langle dh \rangle &= d\langle h \rangle \quad , & (48) \\ \langle h \rangle &= \langle \langle h \rangle + h \rangle = \langle \langle h \rangle \rangle + \langle h \rangle = \langle h \rangle , \\ \langle \langle h_1 \rangle \langle h_2 \rangle \rangle &= \langle \langle h_1 \rangle \rangle \langle \langle h_2 \rangle \rangle = \langle h_1 \rangle \langle h_2 \rangle \quad , \\ \langle \langle h \rangle h \rangle &= \langle \langle h \rangle \rangle \langle h \rangle = \langle h \rangle \langle h \rangle = 0 \quad , \\ \langle h_1 h_2 \rangle &= \langle (\langle h_1 \rangle + h_1) + (\langle h_2 \rangle + h_2) \rangle = \langle h_1 \rangle \langle h_2 \rangle + \langle h_1 h_2 \rangle \quad , \\ \langle C_1 h_1 + C_2 h_2 \rangle &= C_1 \langle h_1 \rangle + C_2 \langle h_2 \rangle \quad , \end{aligned}$$

ki v splošnem ne veljajo v primeru krajevnega filtriranja.

Za vse tri oblike krajevnega filtriranja (45), (46), (47) veljajo le naslednje lastnosti :

$$\begin{aligned}
 G(-r) &= G(r) , & (49) \\
 \int_{-\infty}^{+\infty} G(r) dr &= 1 , \\
 G(r) &\rightarrow 0, \text{ ko } |r| \rightarrow \infty \text{ tako, da je } \int_{-\infty}^{+\infty} G(r) r^n dr \text{ vedno določen za vsak } n \geq 0 , \\
 \overline{C_1 h_1 + C_2 h_2} &= C_1 \bar{h}_1 + C_2 \bar{h}_2 .
 \end{aligned}$$

Za "top-hat" filter poleg linearnosti operatorja filtriranja (49) velja še :

$$\overline{(dh)} = d(\bar{h}). \quad (50)$$

V nadaljevanju se bom ukvarjal le z metodo simulacije velikih vrtincev s krajevnim filtriranjem, Reynoldsov pristop s časovnim filtriranjem pa bom uporabil le za primerjavo.

Za filtriranje fizikalne veličine po celotnem prostoru je potrebno veličino zaporedno filtrirati po posameznih koordinatnih oseh oz. filtre preprosto pomnožiti med seboj:

$$G(\omega) = \prod_{r_i} G(r_i) . \quad (51)$$

5.4 Model turbulentne naravne konvekcije

Z zgoraj sprejetimi spoznanji filtrirajmo sedaj enačbe ohranitvenih zakonov (21), (22), (23). Podrobnejši opis postopka je mogoče najti v Eidson (1985) in Germano (1992).

- enačba ohranitve mase :

$$\nabla \cdot \bar{\vec{v}} = 0 \quad \text{in posledično} \quad \nabla \cdot (\overset{res}{\vec{v}}) = 0 . \quad (52)$$

- enačba ohranitve gibalne količine :

$$\frac{\partial \bar{\vec{v}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\vec{v}} \otimes \bar{\vec{v}}) = -\nabla \bar{b} + \text{Pr} \nabla \cdot (\bar{\underline{T}}) - \text{Ra Pr} \bar{h} \frac{\bar{\vec{g}}}{|\bar{\vec{g}}|} - \nabla \cdot (\overset{res}{\underline{\Pi}}) , \quad (53)$$

kjer je $\overset{res}{\underline{\Pi}}$ simetrični tenzor, ki nastane zaradi nelinearnosti konvektivnega člena enačbe ohranitve gibalne količine (22), ker separabilni del produkta ni enak produktu separabilnih delov veličin :

$$\overset{res}{\underline{\Pi}} = \overline{(\vec{v} \otimes \vec{v})} - (\bar{\vec{v}} \otimes \bar{\vec{v}}) \quad (54)$$

oz.

$$\overset{res}{\underline{\Pi}} = \overline{(\vec{v} \otimes \vec{v})} + \overline{(\vec{v} \otimes \overset{res}{\vec{v}})} + \overline{(\overset{res}{\vec{v}} \otimes \vec{v})} + \overline{(\overset{res}{\vec{v}} \otimes \overset{res}{\vec{v}})} - (\bar{\vec{v}} \otimes \bar{\vec{v}}) .$$

- enačba ohranitve energije :

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{h} \bar{\vec{v}}) = \nabla^2 \bar{h} + I_0 - \nabla \cdot (\overset{res}{\vec{\Omega}}) \quad (55)$$

${}^{res}\bar{\Omega}$ je vektor, ki nastane zaradi nelinearnosti konvektivnega člena enačbe ohranitve energije, ker separabilni del produkta ni enak produktu separabilnih delov veličin :

$${}^{res}\bar{\Omega} = \overline{(h\bar{v})} - (\bar{h}\bar{v}) \quad (56)$$

oz.

$${}^{res}\bar{\Omega} = \overline{(\bar{h}\bar{v})} + \overline{(\bar{h}{}^{res}\bar{v})} + \overline{({}^{res}h\bar{v})} + \overline{({}^{res}h{}^{res}\bar{v})} - (\bar{h}\bar{v}) .$$

Pri simulaciji turbulentnega toka kapljevine je mogoče z numerično mrežo končne gostote popisati le separabilni del veličin, residuum, ki ga mreža ne zajame, pa je potrebno modelirati. Tako je z gostoto mreže izbrana obsežnost spektra, ki ga je potrebno modelirati. Modeliranje turbulence pomeni povezati spekter, ki ima manjšo valovno dolžino ℓ od dvakratne mrežne razdalje, s spektrom separabilnega dela, ki ima večjo valovno dolžino in je z numerično mrežo popolnoma določen.

Ker deluje korelacijski tenzor residuumov hitrosti podobno kot strižni tenzor, je mogoče oba povezati s pomočjo Boussinesqove aproksimacije turbulentne viskoznosti. Zaradi zadovoljitve kontinuitetne enačbe je potrebno zapisati :

$${}^{res}\Pi_{j,i} - \frac{1}{3}\delta_{j,i}{}^{res}\Pi_{k,k} = -\nu_{res}T_{j,i} . \quad (57)$$

Enako postopamo v primeru enačbe ohranitve energije, kjer deluje korelacija residuumov hitrosti in temperature kot gostota toplotnega toka, ki jo je mogoče aproksimirati z vpeljavo turbulentne toplotne difuzivnosti :

$${}^{res}\Omega_i = -\nu_{res}\frac{\partial h}{\partial x_i} . \quad (58)$$

Enačbe ohranitvenih zakonov (52), (53), (55) lahko ob upoštevanju nestisljivosti kapljevine zapišemo kot :

- enačba ohranitve mase :

$$\nabla \cdot \bar{\bar{v}} = 0 \quad (59)$$

- enačba ohranitve gibalne količine :

$$\frac{\partial \bar{\bar{v}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\bar{v}} \otimes \bar{\bar{v}}) = -\nabla \bar{\Phi} + \text{Pr}(\nabla^2 \bar{\bar{v}}) - \text{Ra Pr} \bar{h} \frac{\bar{\bar{g}}}{|\bar{\bar{g}}|} + \nabla \cdot (\nu_{res} 2\bar{\bar{S}}) , \quad (60)$$

kjer je $\bar{\bar{S}}$ tenzor deformacijskih hitrosti.

- enačba ohranitve energije :

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{h}\bar{v}) = \nabla^2 \bar{h} + 1 + \nabla \cdot (\nu_{res} \nabla \bar{h}) \quad (61)$$

Iz spektralne analize disipacije turbulence sledi, da je turbulentna viskoznost primerljiva z turbulentno toplotno difuzivnostjo za celoten turbulenten spekter (Hinze, 1959). Njun odnos je najpogosteje opisljiv z linearno odvisnostjo (Wong, Lilly, 1994) :

$$v_{res} = Pr_{res} \nu_{res} \quad , \quad (62)$$

kjer je Pr_{res} empirično izbrano turbulentno Prandtlovo število. Problem se sedaj skrči na modeliranje turbulentne viskoznosti in določitev empirične konstante Pr_{res} .

5.4.1 Vpeljava turbulentne viskoznosti

Osnova modela Smagorinsky je predpostavka, da je turbulentna viskoznost ν_{res} odvisna od največjega valovnega števila κ oz. najmanjše valovne dolžine ℓ , ki je še zajeta v separabilnem delu posamezne veličine, in od velikosti viskozne disipacije ε , ki je odgovorna za pretvorbo kinetične energije najmanjših struktur fluida v toploto (Germano, 1992). Iz dimenzijske analize tako sledi :

$$\nu_{res} = konst. \ell^{4/3} \varepsilon^{1/3} \quad . \quad (63)$$

Če predpostavimo, da z uporabljenim filtrom $G(\bar{\cdot})$ izločimo in združimo v modelirani ostanek le najmanjše strukture fluida, ki so izotropne in homogene, potem lahko trdimo, da je na tem najnižjem nivoju viskozna disipacija turbulentne kinetične energije enaka njeni produkciji. Zato velja :

$$\varepsilon = \pi \quad , \quad (64)$$

$$Pr(\bar{T} : \nabla \bar{v}) - Pr(\overline{T : \nabla v}) = - \left({}^{res} \underline{\Pi} : \nabla \bar{v} \right) - Ra Pr \left({}^{res} \underline{\Omega} \cdot \frac{\bar{g}}{|\bar{g}|} \right) .$$

Z vstavitvijo v nastavek za turbulentno viskoznost (63) in z upoštevanjem Boussinesqove aproksimacije (57), (58) dobimo naslednji izraz za turbulentno viskoznost :

$$\nu_{res} = (C_s \ell_{res})^2 \left(2 \underline{S} : \underline{S} + \frac{Ra Pr}{Pr_{res}} \left(\nabla h \cdot \frac{\bar{g}}{|\bar{g}|} \right) \right)^{1/2} \quad , \quad (65)$$

kjer je C_s konstanta Smagorinskega.

5.4.2 Modifikacija turbulentne viskoznosti in vpeljava zidnih funkcij

Opisani model je preveč disipativen, posebej pri modeliranju prehodnega režima toka, saj turbulentno viskoznost predpisuje tudi laminarnemu toku kapljevine. Zaradi tega je potrebno ν_{res} administrativno spremeniti. Izraz (65) v tem primeru ne podaja več turbulentne viskoznosti ampak celotno viskozno disipacijo (Voake, 1994). Modificirana turbulentna viskoznost je v tem primeru :

$$\nu_{res}^* = \left\| 0, (\nu_{res} - \nu) \right\|_{\infty} \quad . \quad (66)$$

Prav tako je potrebno posebej obravnavati turbulentno viskoznost ν_{res}^* v bližini trdih sten, v viskozni mejni plasti. Model Smagorinskega je tu preveč disipativen, zato je potrebno turbulentno viskoznost nekoliko znižati.

To storimo z uporabo zidnih funkcij, ki so jih predlagali Piomelli (1993), Madabhushi et al. (1991), in imajo splošno obliko :

$$f_b = \left(1 - e^{-(r^+ / C_{vd})^n}\right)^{\frac{1}{m}}, \quad (67)$$

kjer je C_{vd} van Driestova konstanta (=26), r^+ brezdimenzijska oddaljenost zidu, n in m pa parametra. Brezdimenzijska oddaljenost od zidu je definirana s strižno napetostjo \underline{T}_b na samem zidu:

$$r^+ = \left(\frac{\underline{T}_b}{\rho_0}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{r}{v_0} \quad \text{oz. v brezdimenzijskih veličinah} \quad r^+ = \left(\frac{\underline{T}_b}{\text{Pr}}\right)^{\frac{1}{2}} r \quad . \quad (68)$$

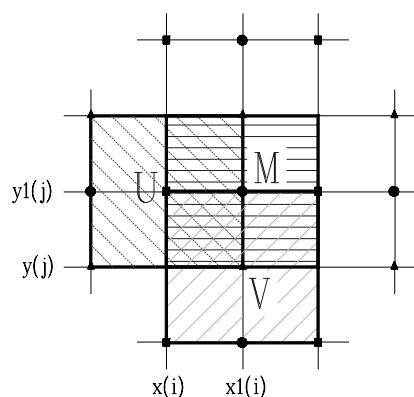
6. Numerično reševanje in metode

Pri reševanju problema naravne konvekcije v kapljevini z notranjo volumetrično generacijo toplote sem se omejil na dvodimenzionalno simulacijo. Iz tega razloga so enačbe izpeljane v vektorski obliki zapisane le za dve koordinatni osi, x in y .

6.1 Metoda končnih volumnov

Za prostorsko diskretizacijo sem uporabil *metodo končnih volumnov*, ki je le nekoliko spremenjena *metoda končnih razlik*. Osnovna razlika med obema metodama je v zapisu fizikalnih veličin. Medtem, ko metoda končnih razlik obravnava enačbe (59), (60) in (61) v njihovi diferencialni obliki, pa v primeru metode končnih volumnov prevedemo enačbe ohranitvenih zakonov v njihovo integralno obliko. Ohranitve mase, gibalne količine in energije so zato obravnavane za vsak končni volumen posebej, fluksi med celicami pa jasno določeni. Več o metodi končnih volumnov je mogoče prebrati v Versteeg et al. (1995).

Uporabljena je bila zamaknjena mreža (Fletcher, 1989). Osnovo mreže sestavljajo trije končni volumni, ki se delno prekrivajo (slika 33). V sredini vsakega končnega volumna je definirana numerična točka posamezne fizikalne veličine. V sredini osrednjega končnega volumna, poimenovanega z M , so definirane skalarne veličine (tlak ϕ , temperatura h), v sredini končnega volumna U je definirana hitrost v smeri x (v_x), in v sredini končnega volumna V hitrost v smeri y (v_y).



Slika 33: Prikaz razporeditve končnih volumnov.

Enačbe ohranitvenih zakonov (59), (60) in (61), zapisane v zveznem prostoru L_2 prevedemo v diskretno obliko v prostoru L_1 tako, da posamezne veličine integriramo po njihovih končnih volumnih ω_M , ω_U , ω_V . Za poljuben končni volumen velja:

- enačba ohranitve mase :

$$\sum_{b=1}^4 (\bar{v} \cdot \vec{\gamma})_b = 0 \quad , \quad (69)$$

kjer b označuje mejo končnega volumna M ,

- enačba ohranitve gibalne količine v smeri x :

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} \omega_U + \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{Cn} \cdot \bar{\gamma})_b = - \sum_{b=E,W} (\bar{\Phi} \bar{\gamma})_b + \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{Df} \cdot \bar{\gamma})_b + \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{tDf} \cdot \bar{\gamma})_b, \quad (70)$$

- enačba ohranitve gibalne količine v smeri y :

$$\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial t} \omega_V + \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{Cn} \cdot \bar{\gamma})_b = - \sum_{b=N,S} (\bar{\Phi} \bar{\gamma})_b + \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{Df} \cdot \bar{\gamma})_b + \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{tDf} \cdot \bar{\gamma})_b - \text{Ra Pr } \bar{h} \frac{\bar{g}}{|\bar{g}|} \omega_V, \quad (71)$$

- enačba ohranitve energije :

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \omega_M + \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{Cn} \cdot \bar{\gamma})_b = \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{Df} \cdot \bar{\gamma})_b + \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{tDf} \cdot \bar{\gamma})_b + \omega_M. \quad (72)$$

S \bar{F} so označeni fluksi skozi posamezne stranice $\bar{\gamma}$ končnih volumnov $\omega_M, \omega_U, \omega_V$, indeks pa označuje vrsto fluksa: *cn* konvekcijski fluks, *df* difuzijski fluks in *trDf* turbulentni difuzijski fluks.

6.2 Krajevna diskretizacija

Za krajevno diskretizacijo fluksov sem izbral centralno-simetrično shemo 2. reda natančnosti (Harlow, Welsh, 1965) v ohranitveni obliki. Problem vsake krajevne diskretizacije je nezadostna razporeditev numeričnih računskih točk. To pomeni, da točke niso definirane na vseh mestih, kjer bi jih potrebovali. Zato je potrebno v primeru neekvidistančne mreže, kakršno izdelani program dopušča, vrednosti interpolirati. Glede na shemo 2. reda natančnosti je bila uporabljena Lagrangeova interpolacija 1. in 2. reda (Kreyszig, 1993).

6.3 Časovna diskretizacija

Časovna diskretizacija je popolnoma ločena od krajevne diskretizacije. Za enačbo ohranitve energije je bila uporabljena shema Adam-Bashford 2. reda, medtem ko je bila za enačbo ohranitve gibalne količine uporabljena kombinacija sheme Adam-Bashford 2. reda in projekcijske sheme (Madabhushi, Vanka, 1991).

6.3.1 Projekcijska shema

Zaradi lažje nadaljnje obravnave projekcijske sheme bom enačbo ohranitve gibalne količine (60) zapisal v poenostavljeni diferencialni vektorski obliki:

- enačba ohranitve gibalne količine :

$$\frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} + Cn = -\nabla \bar{b} + Df + trDf + Gn. \quad (73)$$

Naraščanje hitrosti v časovnem koraku Δt lahko razdelimo na dva dela in sicer na prvi del, ki je neodvisen od tlaka in drugi del, ki je od tlaka odvisen.

S tem je bila izvedena Hodgova dekompozicija vektorskega polja hitrosti na solenoidno polje in njegov ostanek, ki je izražen z gradientom skalarja, to se pravi tlaka (Bell et al., 1989).

Na ta način zapišemo:

$$\frac{\bar{v}^* - \bar{v}^n}{\Delta t} = - \left(Cn^{n+1/2} - Df^{n+1/2} - trDf^{n+1/2} - Gn^{n+1/2} \right), \quad (74)$$

korekcijo prve aproksimacije hitrostnega polja * pa nato izvedemo z vključitvijo tlaka:

$$\frac{\bar{v}^{n+1} - \bar{v}^*}{\Delta t} = -\nabla \bar{b} \quad (75)$$

Zapišimo ponovno enačbi (74), (75) za posamezne koordinatne osi :

- enačba ohranitve gibalne količine v smeri x :

$$\frac{\bar{v}_x^* - \bar{v}_x^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\omega_U} \left(\sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{Cn} \cdot \bar{\gamma})_b^{n+1/2} - \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{Df} \cdot \bar{\gamma})_b^{n+1/2} - \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{tDf} \cdot \bar{\gamma})_b^{n+1/2} \right), \quad (76)$$

$$\frac{\bar{v}_x^{n+1} - \bar{v}_x^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\omega_U} \sum_{b=E,W} (\bar{\Phi} \bar{\gamma})_b^{n+1/2}, \quad (77)$$

- enačba ohranitve gibalne količine v smeri y :

$$\frac{\bar{v}_y^* - \bar{v}_y^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\omega_V} \left(\sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{Cn} \cdot \bar{\gamma})_b^{n+1/2} - \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{Df} \cdot \bar{\gamma})_b^{n+1/2} - \sum_{b=S,E,N,W} (\bar{F}_{tDf} \cdot \bar{\gamma})_b^{n+1/2} + Ra Pr \bar{h} \frac{\bar{g}}{|\bar{g}|} \omega_V \right), \quad (78)$$

$$\frac{\bar{v}_y^{n+1} - \bar{v}_y^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\omega_V} \sum_{b=N,S} (\bar{\Phi} \bar{\gamma})_b^{n+1/2}. \quad (79)$$

Ta dekompozicija ne vpliva na časovni razvoj temperaturnega polja.

6.3.2 Poissonova enačba tlačnega polja

Tlačno polje Φ dobimo iz enačbe ohranitve mase (69). Ker mora hitrostno polje v časovnem koraku $n+1$ zadovoljiti kriterij ohranitve mase, je potrebno enačbi (77) in (79) preoblikovati :

$$\bar{v}_x^{n+1} = -\frac{\Delta t}{\omega_U} \sum_{b=E,W} (\bar{\Phi} \bar{\gamma})_b^{n+1/2} + \bar{v}_x^* \quad (80)$$

$$\bar{v}_y^{n+1} = -\frac{\Delta t}{\omega_V} \sum_{b=N,S} (\bar{\Phi} \bar{\gamma})_b^{n+1/2} + \bar{v}_y^* \quad (81)$$

in vstaviti v enačbo ohranitve mase (69).

Za rešitev Poissonove enačbe (82), ki tako nastane :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \left(\gamma_{M/E} \bar{v}_{x(V+E)}^* - \gamma_{M/W} \bar{v}_{x(V+W)}^* + \gamma_{M/N} \bar{v}_{y(V+N)}^* - \gamma_{M/S} \bar{v}_{x(V+S)}^* \right) = \\ & = \left(\gamma_{M/E} \frac{\Upsilon_{(U+E)/E}}{\omega_{(U+E)}} \right) \bar{\Phi}_{(M+E)} - \left(\gamma_{M/E} \frac{\Upsilon_{(U+E)/W}}{\omega_{(U+E)}} + \gamma_{M/W} \frac{\Upsilon_{(U+W)/E}}{\omega_{(U+W)}} \right) \bar{\Phi}_M + \left(\gamma_{M/W} \frac{\Upsilon_{(U+W)/W}}{\omega_{(U+W)}} \right) \bar{\Phi}_{(M+W)} \\ & + \left(\gamma_{M/N} \frac{\Upsilon_{(V+N)/N}}{\omega_{(V+N)}} \right) \bar{\Phi}_{(M+N)} - \left(\gamma_{M/N} \frac{\Upsilon_{(V+N)/S}}{\omega_{(V+N)}} + \gamma_{M/S} \frac{\Upsilon_{(V+S)/N}}{\omega_{(V+S)}} \right) \bar{\Phi}_M + \left(\gamma_{M/S} \frac{\Upsilon_{(V+S)/S}}{\omega_{(V+S)}} \right) \bar{\Phi}_{(M+S)} \end{aligned} \quad (82)$$

je bila uporabljena metoda ADI (*Alternating Direct Implicit*). Relaksacijski parametri so bili določeni po postopku Peaceman-Rachford opisanem v Stoer, Bulirsch (1990). Po izračunu tlačnega polja je potrebno korigirati hitrost, kot je prikazano v enačbah (80) in (81). Več o metodi ADI je mogoče prebrati v Press et al. (1989).

6.3.3 Metoda Adam-Bashford

Za pridobitev vrednosti \bar{v}_x^* , \bar{v}_y^* in \bar{h}^{n+1} je bila uporabljena večkoračna metoda Adam-Bashford 2. reda natančnosti, prirejena za obravnavo neenakomernih časovnih korakov. Postopek je prikazan na enačbi ohranitve energije (72). Zaradi enostavnosti skrčimo desno stran :

$$\frac{\bar{h}^{n+1} - \bar{h}^n}{\Delta t^n} \omega_M = RHS^{n+1/2} . \quad (83)$$

Desno stran enačbe (83) nato določimo z interpolacijo čez več časovnih korakov. Za doseg 2. reda natančnosti je bilo potrebno uporabiti linearno interpolacijo :

$$RHS^{n+1/2} = RHS^n + 0.5 \Delta t^n \frac{(RHS^n - RHS^{n-1})}{\Delta t^{n-1}} , \quad (84)$$

kjer je Δt^{n-1} časovni korak med t^{n-1} in t^n , Δt^n pa časovni korak med t^n in t^{n+1} .

Eksplisitna metoda Adam-Bashford se je izkazala za bolj robustno in zanesljivo od semi-implicitne metode Crank-Nicolson (Hirsch, 1988), in za hitrejšo od metode Runge-Kutta (Frink et al., 1991), (Gottlieb et al., 1992), (Hu et al., 1995), kar sem tudi preizkusil.

6.4 Stabilnostni kriteriji

Za določitev velikosti časovnega koraka numerične integracije sem uporabil Von Neumannovo stabilnostno analizo. Rezultati te analize so stabilnostni pogoji, na osnovi katerih sem izračunal dovoljen časovni korak. Opozorim naj, da pridobljeni stabilnostni pogoji veljajo za linearne diferencialne enačbe s konstantnimi koeficienti in zato le delno veljajo za nelinearne enačbe ohranitvenih zakonov (69)-(72).

Von Neumannova analiza sloni na dejstvu, da je mogoče polje poljubne fizikalne količine, opisane z numeričnimi točkami, razstaviti na posamezne valove s Fourierjevim postopkom. Stabilnostni kriteriji morajo zagotoviti, da se nobenemu valu amplituda nenadzorovano ne povečuje. Iz tega pogoja sledi, da tudi napaka časovno-krajevne diskretizacije s časovnim razvojem ne narašča.

Stabilnostne kriterije, ki omejujejo časovni korak, sem izpeljal za dvodimenzionalni primer konveksijsko-difuzijske enačbe. To je poenostavljena oblika enačb ohranitev gibalne količine (70), (71) in enačbe ohranitve energije (72). Ker v prikazanem primeru stabilnost enačbe gibalne količine omejuje stabilnost celotne časovne integracije, so stabilnostni pogoji izpeljani le za enačbo gibalne količine.

$$\Delta t \left(\frac{|3v_x^n - v_x^{n-1}|}{2\Delta x} + \frac{|3v_y^n - v_y^{n-1}|}{2\Delta y} \right)_{j,i} \leq 1.0 \quad (85)$$

$$\Delta t \left(\frac{3}{2}(\text{Pr} + v_{res})^n - \frac{1}{2}(\text{Pr} + v_{res})^{n-1} \right) \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)_{j,i} \leq 0.5 \quad (86)$$

$$\frac{2\Delta t}{(3(\text{Pr} + v_{res})^n - (\text{Pr} + v_{res})^{n-1})} \left(\left(\frac{3}{2}v_x^n - \frac{1}{2}v_x^{n-1} \right)^2 + \left(\frac{3}{2}v_y^n - \frac{1}{2}v_y^{n-1} \right)^2 \right)_{j,i} \leq 2.0 \quad (87)$$

Pogoj (85) omejuje konvekcijo skalarne veličine, pogoj (86) pa njeno difuzijo. Razmerje med velikostjo konvekcije in difuzije skalarne veličine, pri uporabi predstavljene krajevno-časovne diskretizacije, omejuje pogoj (87).

Poleg naštetih pogojev (85), (86), (87) sem izpeljal še stabilnostni kriterij za člen vzgonske sile enačbe ohranitve gibalne količine v vertikalni smeri (71). Pogoj (88) sloni na zahtevi, da mora biti časovni korak dovolj majhen, da bo pot, ki jo delec kapljevine prepotuje zaradi vzgona, manjša od ene mrežne razdalje.

$$\frac{\text{Ra Pr } \Delta t^2}{2} \left(\frac{h}{\Delta y} \right)_{j,i} \leq 1.0 \quad (88)$$

Prikazani stabilnostni pogoji (85)-(87) morajo biti izpolnjeni za vsako numerično točko simulacijskega področja. Izmed naštetih stabilnostnih pogojev (85)-(88) se je za najbolj omejujoč izkazal pogoj (87). Majhnost časovnega koraka je namreč posledica nestabilnosti centralno-simetrične sheme v razmerah močnih konvektivnih tokov.

Več o stabilnostnih metodah konveksijsko-difuzijskih enačb v večdimenzionalnem prostoru je moč najti v Hindmarsh et al. (1984).

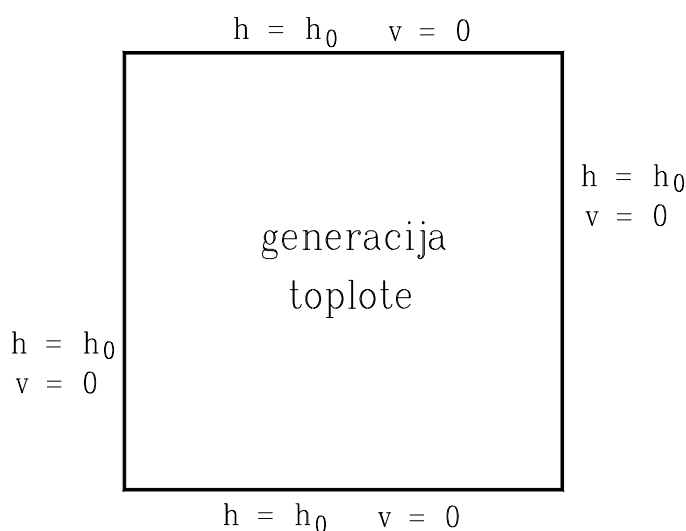
7. Rezultati in razprava

Naravno konvekcijo v talini sredice v spodnjem plenumu reaktorske posode sem modeliral kot naravno konvekcijo kapljevine z notranjo generacijo toplote v kvadratni posodi pri vrednostih Rayleighovega števila $Ra = 10^{10}$ in Prandtlovega števila $Pr = 1.2$. Vrednost Rayleighovega števila $Ra = 10^{10}$ sem izbral, da bi lahko svoje izračune primerjal z izračuni v Nourgaliev et al. (1997). To je edini razpoložljivi vir, ki poleg povprečne vrednosti Nusseltovega števila podaja tudi informacijo o njegovi lokalni razporeditvi in tako omogoča kvantitativno primerjavo lokalnega prenosa toplote na steni.

Vrednost Prandtlovega števila $Pr = 1.2$, po zagotovitvi strokovnjakov (Dinh et al., 1997, Nourgaliev et al., 1997), ustreza talini jedrske sredice v spodnjem plenumu še pred pričetkom razslojevanja na kovinsko in oksidno plast. Talina se takrat vede kot homogena zmes. Zaradi kovinskih komponent Fe- in Zr- je vrednost Prandtlovega števila tako nizko ocenjena.

7.1 Začetni in robni pogoji

Začetni pogoji enačb ohranitvenih zakonov (69)-(72) so bili postavljeni na osnovi predpostavke, da se talina po začetku izliva v spodnji plenum zaradi obilice vode ohladi na vsega 400 do 600K. Šele, ko vso hladilo izpari, se temperatura začne dvigovati. Iz tega razloga je bila brezdimenzijska temperatura h na začetku postavljena na 0, prav tako horizontalna hitrost v_x in vertikalna hitrost v_y . Talina pred nastopom naravne konvekcije miruje.



Slika 34 : Robni pogoji simulacijskega področja.

Za reševanje enačb ohranitvenih zakonov (69)-(72) potrebujemo poleg začetnih pogojev še robne pogoje. Določiti jih je potrebno na robu celotnega simulacijskega področja za temperaturo h , horizontalno hitrost v_x in vertikalno hitrost v_y .

Za tlačno polje so robni pogoji določeni z enačbo ohranitve gibalne količine (71)-(72) v obeh smereh koordinatnega sistema.

Robni pogoji simulacijskega področja so prikazani tudi na sliki 34. Za obe komponenti hitrosti v_x , v_y so znani iz mehanike viskoznih tekočin, kjer predpostavimo, da ob steni ni zdrsa in zato tekočina tam miruje : $v_x = 0$ in $v_y = 0$. Za temperaturo so bili izbrani izotermni robni pogoji. Talina se namreč na steni spodnjega plenuma ohlaja in strjuje. To zagotavlja na robu konstantno temperaturo, ki znaša v brezdimenzijski obliki $h = 0$.

7.2 Določitev konstant turbulentnega modela

Turbulenten model simulacije velikih vrtincev zahteva dve empirično določljivi konstanti. To sta konstanta Smagorinskega C_s in turbulentno Prandtlovo število Pr_{res} . Konstanta Smagorinskega C_s prilagaja turbulentno viskoznost ν_{res} velikosti viskozne disipacije ε najmanjših struktur kapljevine. To razmerje je podano z enačbo (63). Turbulentno Prandtlovo število Pr_{res} označuje razmerje med turbulentno viskoznostjo ν_{res} in turbulentno toplotno difuzivnostjo ν_{res} .

Različni avtorji podajajo za posamezne primere različne vrednosti konstant C_s in Pr_{res} . Te se gibljejo za konstanto C_s od 0.1 (Deardorff, 1970) do 0.35 (Fiedler, Khairoutdinov, 1990) in za konstanto Pr_{res} od 0.35 navzgor (Nieuwstadt, 1990). Ker vrednosti za primer kapljevine z notranjo generacijo toplote ni bilo mogoče nikjer zaslediti, sem analiziral odvisnost rezultatov od različnih vrednosti C_s in Pr_{res} . Za konstanto Smagorinskega C_s sem izbral vrednosti 0.1, 0.21 in 0.3 in za Prandtlovo turbulentno število Pr_{res} vrednosti 0.35, 0.6 in 0.85.

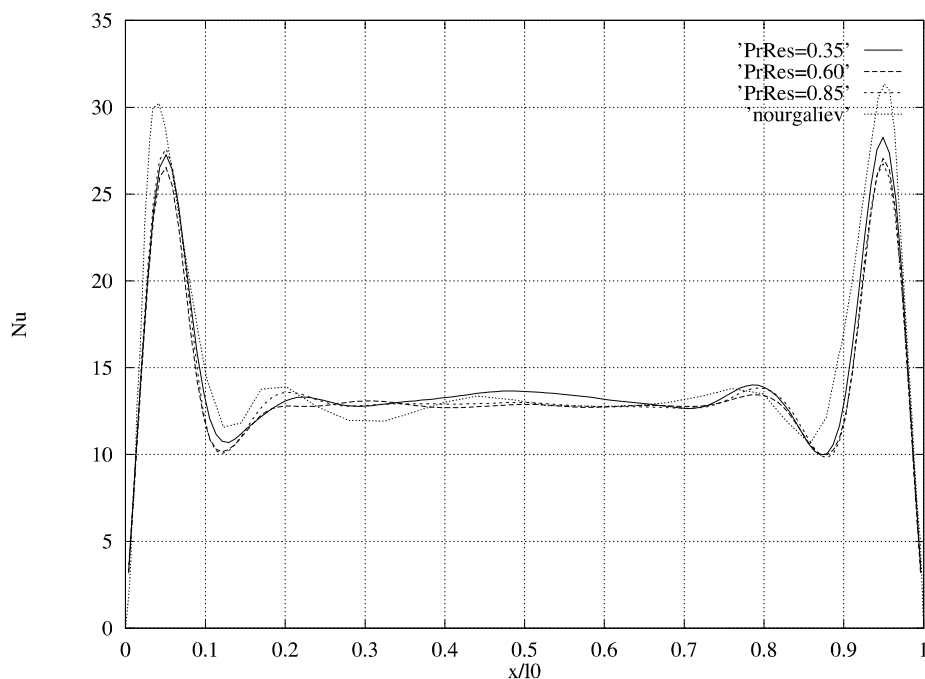
Rezultat analize vpliva vrednosti C_s in Pr_{res} so bile povprečne vrednosti Nusseltovega števila na posameznih stenah simulacijskega območja. Vrednosti so našteje v tabeli 1.

Tabela 1 : Vrednosti Nusseltovega števila na stenah v odvisnosti od vrednosti C_s in Pr_{res} .

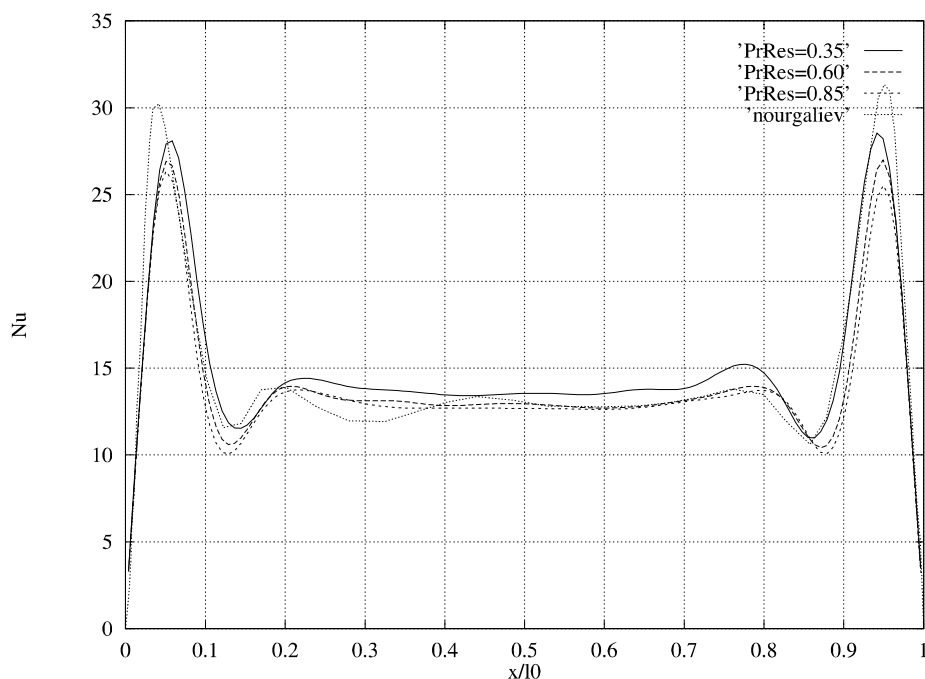
	$C_s = 0.1$	$C_s = 0.21$	$C_s = 0.3$	Nourgaliev et al. 1997
$Pr_{res} = 0.35$				
spodaj	14.087	14.94	16.06	14.54
zgoraj	76.54	80.87	87.44	73.18
ob strani	61.08	67.79	73.46	66.48
$Pr_{res} = 0.60$				
spodaj	13.64	14.05	14.49	14.54
zgoraj	76.12	78.65	81.91	73.18
ob strani	59.65	64.55	68.94	66.48
$Pr_{res} = 0.85$				
spodaj	13.80	13.71	14.02	14.54
zgoraj	75.40	77.12	78.20	73.18
ob strani	60.04	62.78	65.98	66.48

Ker vrednosti prenosa toplote ob stenah nihajo okoli stacionarnega stanja, zaradi izmenjujočih se tokovnih struktur, je bilo potrebno vrednosti Nusseltovega števila povprečiti. Povprečenje je bilo izvedeno čez 75000 iteracij po doseženem toplotnem ravnovesju.

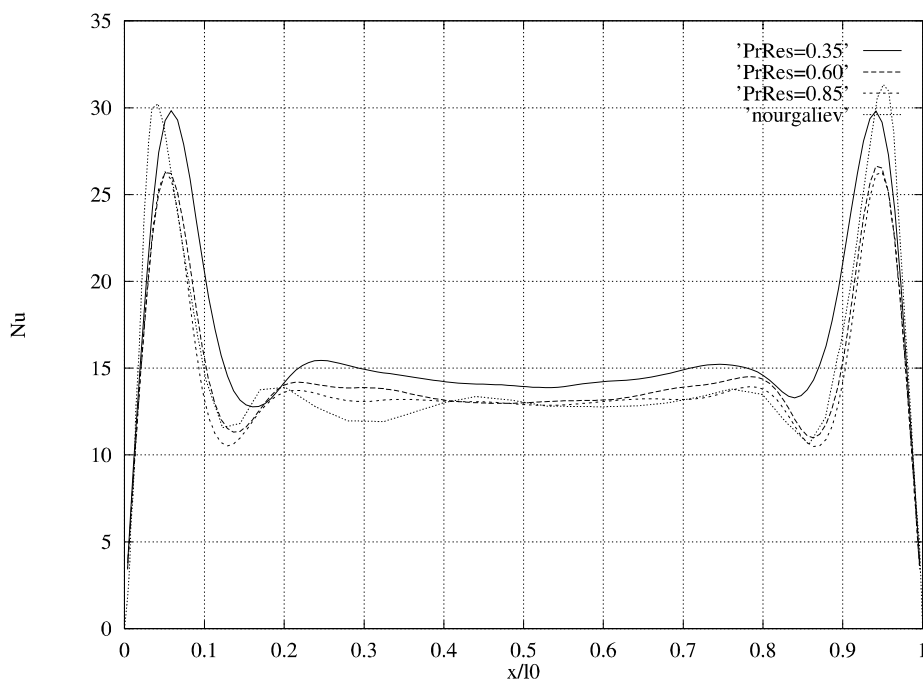
Poleg tega sem primerjal razporeditev Nusseltovega števila na spodnji steni z vrednostmi objavljenimi v Nourgaliev et al. (1997). Rezultati so prikazani na sliki 35 za vrednost $C_s = 0.1$, na sliki 36 za vrednost $C_s = 0.21$ in na sliki 37 za vrednost $C_s = 0.3$.



Slika 35: Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na spodnji steni pri vrednosti konstante Smagorinskega $C_s = 0.1$.

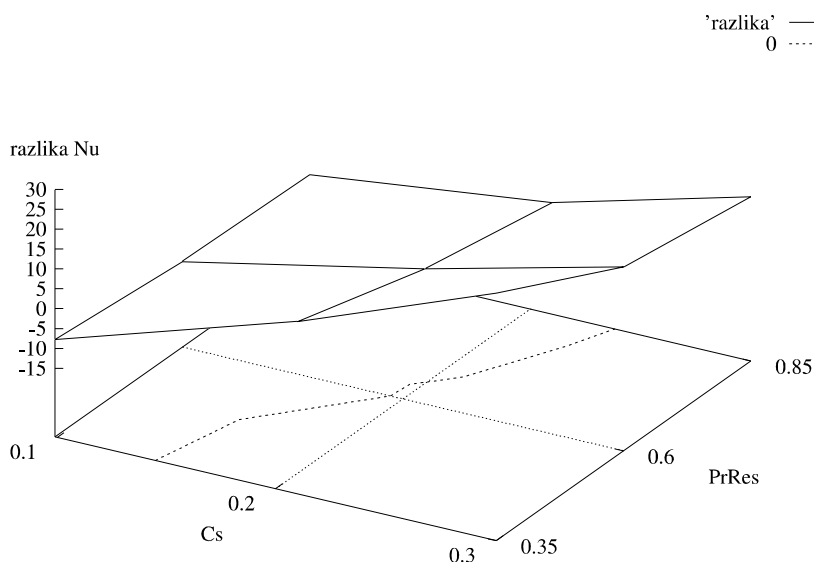


Slika 36: Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na spodnji steni pri vrednosti konstante Smagorinskega $C_s = 0.21$.



Slika 37: Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na spodnji steni pri vrednosti konstante Smagorinskega $C_s = 0.3$.

Da bi kvantitativno lažje primerjal rezultate in določil optimalne vrednosti konstant C_s in Pr_{res} sem povprečne vrednosti Nusseltovega števila na posameznih stenah (tabela 1) seštel, vsoto pa primerjal z rezultati Nourgaliev et al. (1997). Razlika v odvisnosti od vrednosti konstant C_s in Pr_{res} je prikazana na sliki 38.



Slika 38 : Razlika vsote Nusseltovega števila za različne vrednosti konstant C_s in Pr_{res} .

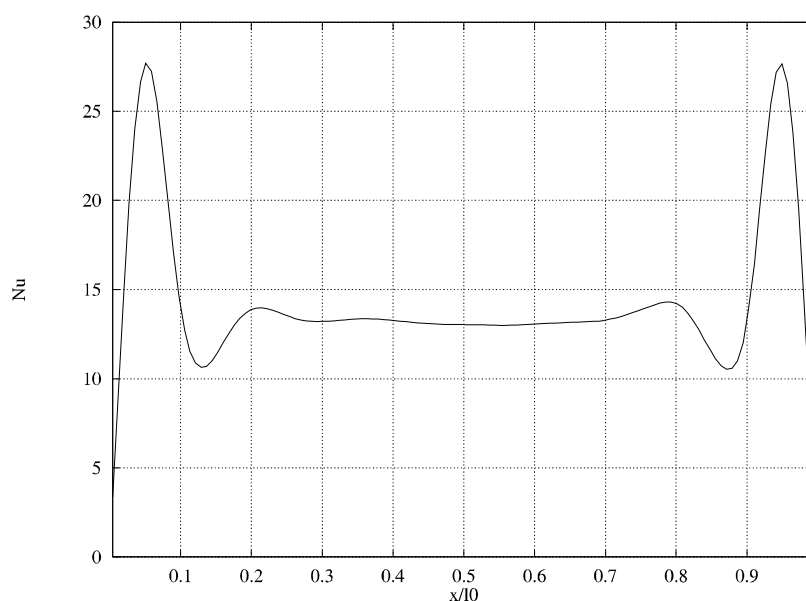
Na sliki 38 črta označuje vrednosti konstant C_s in Pr_{res} , kjer je doseženo ujemanje med izračunanimi rezultati in rezultati objavljenimi v Nourgaliev et al. (1997). Kot optimalno vrednost Prandtlovega turbulentnega števila Pr_{res} sem izbral 0.35, ki jo najdemo tudi drugje v

literaturi (Eidson, 1985; Nieuwstadt, 1990). Tej vrednosti sem glede na črto ujemanja (slika 38) prilagodil vrednost konstante Smagorinskega $C_s = 0.143$.

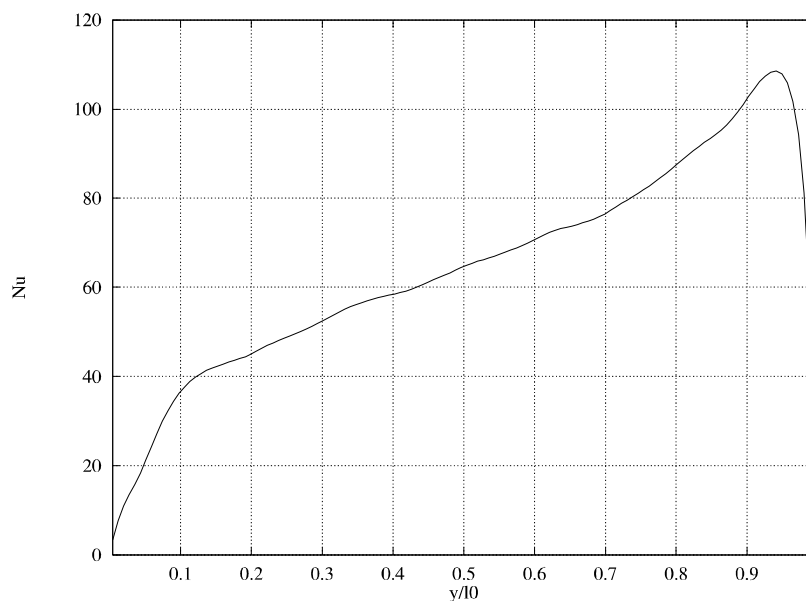
7.3 Prenos toplote na stenah

Za pridobljene optimalne vrednosti konstante Smagorinskega $C_s = 0.143$ in turbulentnega Prandtlovega števila $Pr_{res} = 0.35$ sem ponovil izračune pri vrednostih Rayleighovega števila $Ra = 10^{10}$ in Prandtlovega števila $Pr = 1.2$.

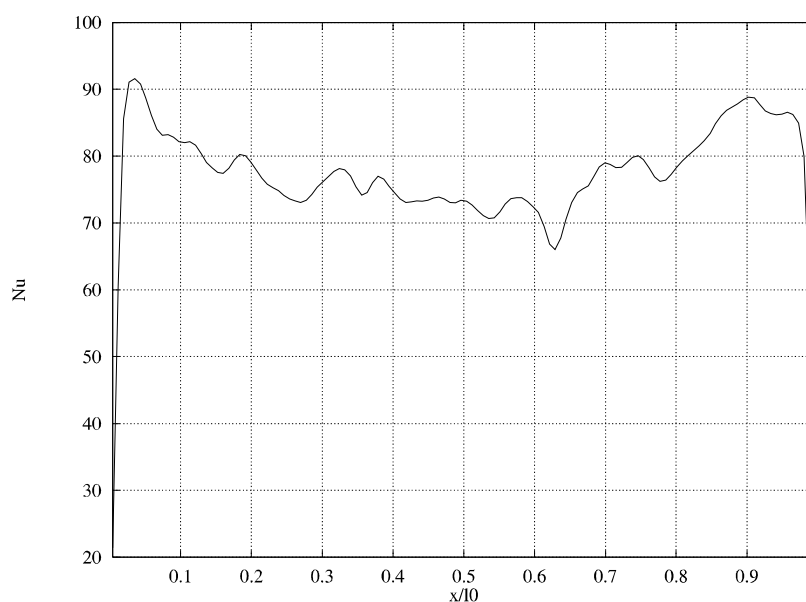
Za posamezne stene je prenos toplote v obliki Nusseltovega števila prikazan na slikah 39, 40 in 41. Ker vrednosti prenosa toplote ob stenah nihajo okoli stacionarnega stanja, je bilo izvedeno povprečenje čez 75000 iteracij po doseženem toplotnem ravnovesju.



Slika 39: Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na spodnji steni.



Slika 40: Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na stranski steni.



Slika 41: Razporeditev prenosa toplote (Nusseltovega števila) na zgornji steni.

Iz slik 39, 40 in 41 je razvidno, da je najmanjši prenos toplote na dnu (slika 39), kjer ploski profil motita vrhova, ki sta posledica vrtnčenja povratnega toka. Vrednost Nusseltovega števila se nato ob stranski steni dviguje (slika 40) in doseže najvišjo vrednost nekoliko pod zgornjo mejo. Na zgornji meji je prenos toplote nekoliko nižji in nestacionaren. Povprečne vrednosti so zbrane v tabeli 2 in primerjane z vrednostmi iz Nourgaliev et al. (1997).

Tabela 2 : Vrednosti Nusseltovega števila na stenah pri vrednostih $C_s = 0.143$ in $Pr_{res} = 0.35$.

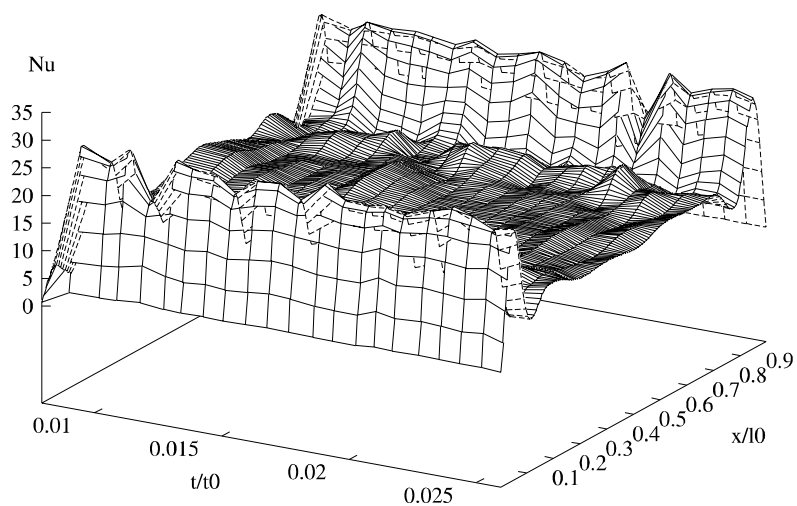
stena	$C_s = 0.1$	Nourgaliev et al. 1997	razlika (%)
spodaj	14.72	14.54	+1.21
zgoraj	76.67	73.18	+4.77
ob strani	63.91	66.48	-3.87

Na osnovi razporeditve prenosa toplote skozi stene je mogoče podati kvalitativno oceno toplotne obremenjenosti stene spodnjega plenuma. Ta je najvišja v bližini zgornje stene. Toplotni tok je tam približno šestkrat večji kot na spodnji steni.

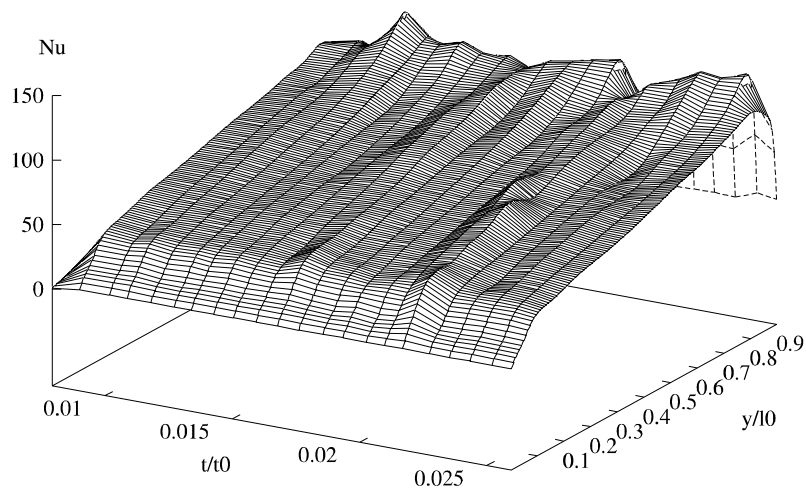
Primerjava vrednosti Nusseltovega števila na stenah kvadrataste posode z vrednostmi na stenah polkrožne geometrije kaže, da so najvišje vrednosti na zgornji strani polkrožne posode nekoliko nižje in na spodnji strani nekoliko višje kot v primeru kvadrataste posode. Povprečne vrednosti prenosa toplote (Nusseltovega števila) pa se le malo razlikujejo (Asfia, Dhir, 1996).

7.4 Časovna stabilnost prenosa toplote

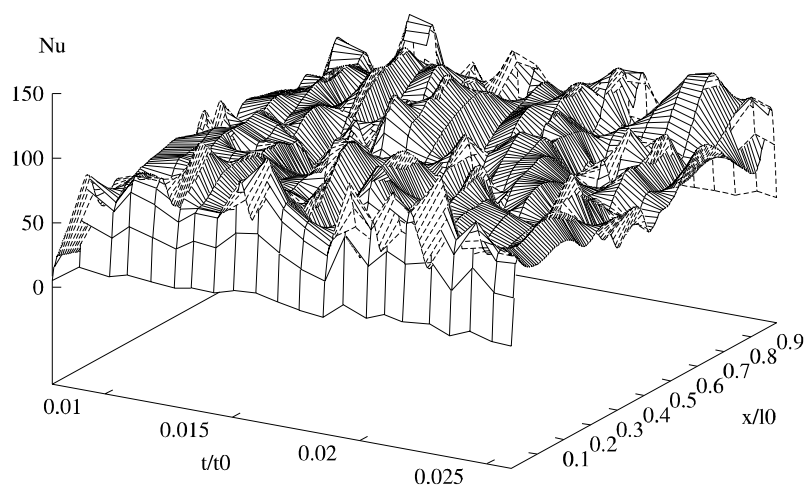
Poleg prikazanih brezdimenzijskih vrednosti je pomembna tudi stabilnost prenosa toplote. Zaradi tega sem spremljal razvoj prenosa toplote med časovno odvisno simulacijo. Ker je bila časovna skala sprememb večja od 5000 iteracij in je prikaz vrednosti pri vseh časovnih korakih praktično nemogoč, sem izračunane vrednosti integriral čez 5000 časovnih intervalov. Rezultati časovnega razvoja razporeditve Nusseltovih števil so prikazani na slikah 42, 43 in 44.



Slika 42: Časovni razvoj Nusseltovega števila na spodnji steni, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$.



Slika 43: Časovni razvoj Nusseltovega števila na stranski steni, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$.



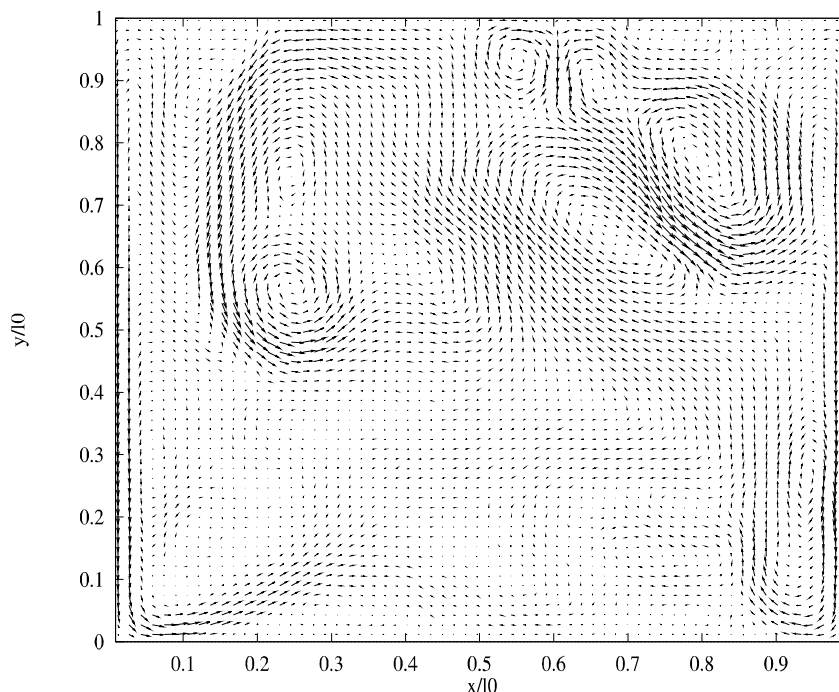
Slika 44: Časovni razvoj Nusseltovega števila na zgornji steni, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$.

Prenos toplote je časovno stabilen na spodnji steni (slika 42) in na stranskih stenah (slika 43). Na zgornji steni slika 44 odkriva popolno nestacionarnost prenosa toplote. Ta nestabilnost je posledica vdorov hladne kapljevine, ki naključno nastajajo in se spuščajo v središče simulacijskega področja. Naj omenim, da je stabilnost prenosa toplote močno odvisna od vrednosti Prandtlovega števila. Povečevanje Prandtlovega števila povzroča zmanjševanje nestabilnosti tokovnega polja in s tem nestabilnosti prenosa toplote na zgornji in spodnji steni. Povečujejo pa se nestabilnosti na stranskih stenah zaradi nastopa Kelvin-Helmholzovih nestabilnosti med toplim, dvigajočim se tokom, in hladnim, ob steni spuščajočim se tokom (Horvat, Kljenak, 1997).

Kljub lokalnim nestabilnostim, je splošni cirkulacijski vzorec v kapljevini z notranjo generacijo toplote, pri reaktorskih pogojih, stabilen. V posodi z razmerjem stranic 1 proti 1, pri izotermnih robnih pogojih in vrednostih Rayleighovega števila $Ra < 10^{17}$, naravna konvekcija kapljevine z notranjo generacijo toplote ne izraža 2. bifurkacijske točke. To omogoča, da lahko vrednosti prenosa toplote na stenah posode (Nusseltovo število) varno ekstrapoliramo na višje vrednosti Rayleighovega števila, kot so pokazali nedavni eksperimenti ACAPO (Theofanous et al., 1997).

7.5 Toplotne in dinamične razmere

V tem podglavju bom predstavil toplotne in dinamične razmere v kapljevini z notranjo generacijo toplote ob izotermnih robnih pogojih. Te razmere narekujejo tokovni vzorec in posledično velikost prenosa toplote skozi stene. Zaradi boljše vidljivosti pojavov veličin toka nisem povprečil.

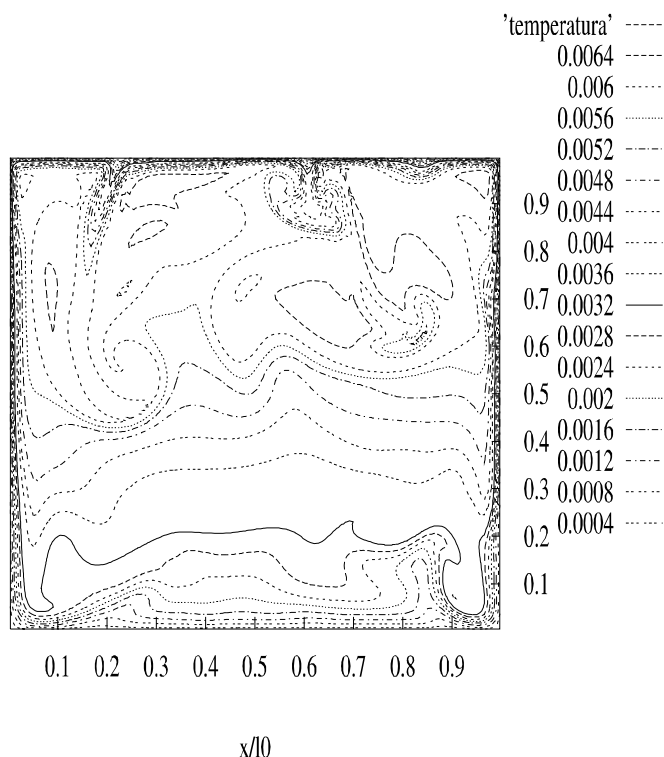


Slika 45: Tokovno polje v kapljevini z notranjo generacijo toplote pri izotermnih robnih pogojih, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$.

Na sliki 45 je kvalitativno prikazano tokovno polje kapljevine. Izvedene numerične simulacije so pokazale, da se pod vplivom naravne konvekcije, po prehodu 1. bifurkacijske točke, oblikuje splošen vzorec, ki se skozi čas trajanja toplotnega prehodnega pojava ne spremeni. Kapljevina se zaradi notranje generacije toplote v sredini simulacijskega področja dviguje, se ob stenah ohlaja in se v tanki mejni plasti spušča ob vertikalnih stenah navzdol. Ohlajanje kapljevine na zgornji steni povzroča vdore hladne kapljevine globoko proti sredini simulacijskega področja. Ti vdori hladne kapljevine so eden od glavnih povzročiteljev turbulence.

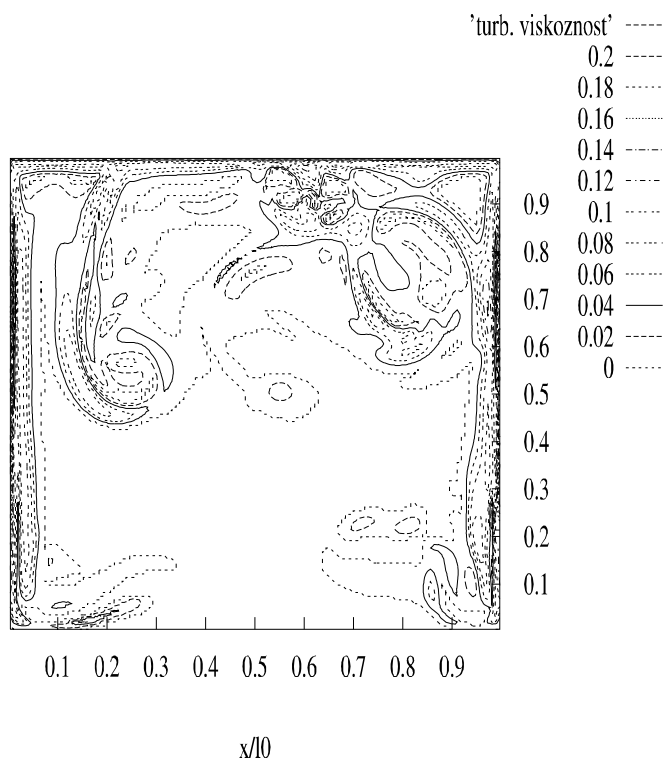
Tok je posebej težko modelirati ob vertikalnih stenah, ker so hitrosti in njihovi gradienti tam največji. Hitro lahko pride do nekonsistence numerične mreže, kar pomeni, da je numerična mreža preveč redka za popis tokovnih struktur ob steni simulacijskega področja. To ima za posledico napačne vrednosti prenosa toplote.

Na sliki 46 je z izotermami prikazano polje brezdimenzijske temperature. Razdalja med izotermami je 0.0004. Vidno je toplotno razslojevanje kapljevine. Na dnu je tok kapljevine dosti bolj miren in stacionaren, izoterme pa so skoraj vodoravne z enakomernimi razmiki. Zgornji del simulacijskega področja je zaradi vdorov hladne kapljevine izpostavljen močnemu vrtninčenju hladnih in toplih tokov. Enako je v spodnjih kotih, kjer ob stenah vdira hladna kapljevina. Intenzivnost vrtninčenja je lepo vidna tudi na sliki 39, ki prikazuje prenos toplote na spodnji steni. Pri višjih vrednostih Prandtlovega števila je toplotna razslojenost kapljevine proti dnu posode še bolj očitna, intenzivnost vrtninčenja v zgornji polovici simulacijskega območja in v spodnjih kotih pa manjša (Horvat, Kljenak, 1997).



Slika 46: Polje brezdimenzijske temperature v kapljevini z notranjo generacijo toplote pri izotermnih robnih pogojih, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$.

Na sliki 47 je z izolinijami prikazano polje turbulentne viskoznosti. Prikazane vrednosti so normirane z vrednostjo Prandtlovega števila. Razdalja med izolinijami je 0.02.



Slika 47: Polje normirane turbulentne viskoznosti v kapljevini z notranjo generacijo toplote pri izotermnih robnih pogojih, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$.

Polje turbulentne viskoznosti kaže, da je turbulenca v kapljevini z notranjo generacijo toplote in izotermnimi robnimi pogoji, lokalno omejen vendar intenziven pojav. Turbulenca je vezana na področja močnega mešanja hladnih in toplih tokov. Dodatna turbulentna viskoznost, ki je posledica turbulentnega modela dosega lokalno 0.2 vrednosti Prandtlovega števila in je zato ne smemo zanemariti (Dinh et al., 1997, Nourgaliev et al., 1997).

7.6 Toplotna bilanca in stabilnostne zahteve numerične integracije

Med numerično integracijo prikazanega primera sem spremljal vrsto fizikalnih in numeričnih parametrov. Ti parametri dajejo vpogled v časovni razvoj toplotnih in dinamičnih veličin kapljevine z notranjo generacijo toplote. Prikazal bom le najvažnejše.

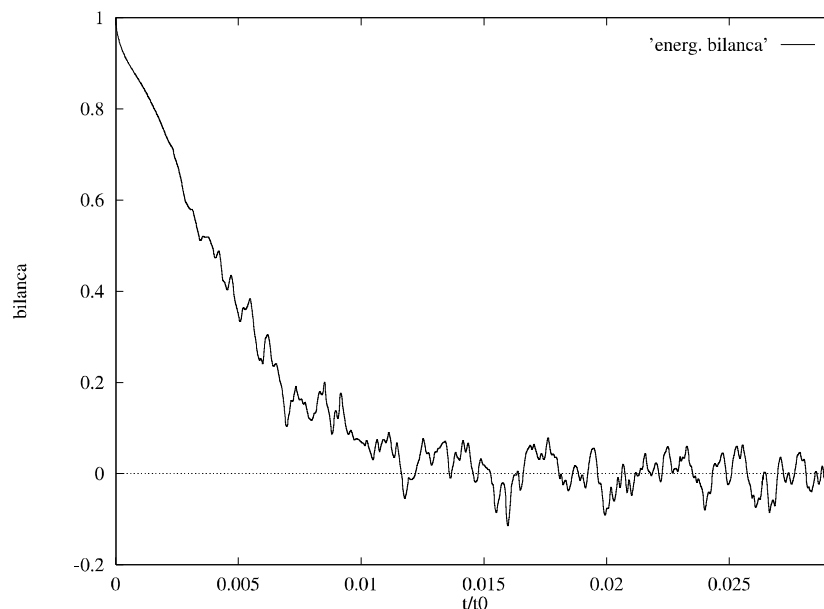
Spremljal sem toplotno bilanco kapljevine, da bi ugotovil prenehanje prehodnega pojava gretja in nastop globalnega stacionarnega stanja. Toplotna bilanca je definirana glede na enačbo zakona ohranitve energije (72) kot

$$bilanca = \sum_b \left(\frac{\partial h}{\partial x} \cdot \vec{\gamma} \right)_b + \sum_{j,i} (\omega_M) , \quad (89)$$

kjer b označuje stene, j, i pa volumen simulacijskega področja. Izpis je mogoče videti na sliki 48.

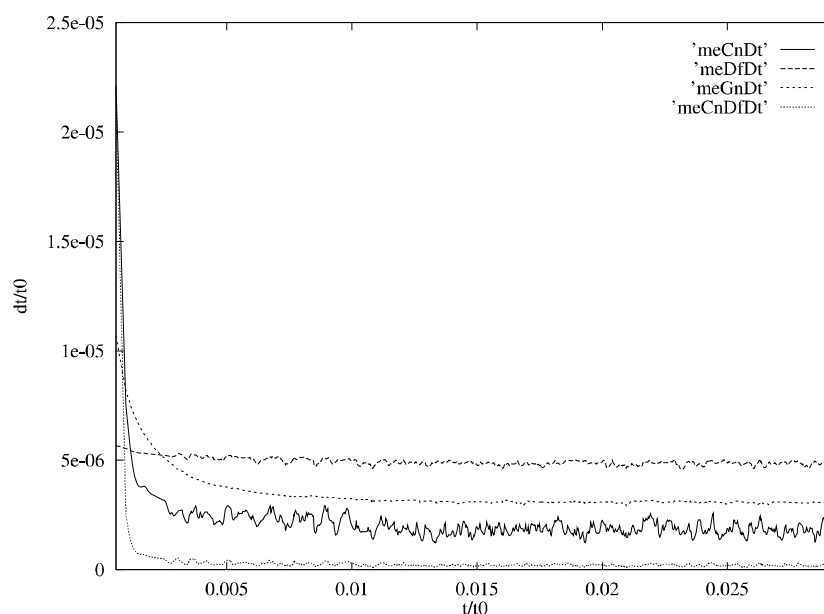
Na začetku vsa sproščena toplotna energija ostaja v kapljevini. Prenos toplote se vrši le s prevodom, temperatura počasi narašča. Ta režim je mogoče spremljati do brezdimenzijskega časa 0.0025. Tam kapljevina preide 1. bifurkacijsko točko in nastopi konvekcija. Prenos toplote postane mnogo bolj intenziven, zato se vedno več toplote odvaja skozi stene. Krivulja bilance postane bolj strma.

Pri vrednosti brezdimenzijskega časa 0.005 kaže toplotna bilanca poleg svojega globalnega trenda še periodično spreminjanje, kar je posledica ponavljajočih se vdorov hladne kapljevine. Po prehodu v toplotno ravnovesje postane nihanje toplotne bilance vedno bolj naključno. To je znak za prehod v turbulentni tokovni režim.



Slika 48: Časovni razvoj toplotne bilance kapljevine z notranjo generacijo toplote, $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$.

Simuliranje gibanja kapljevine z notranjo generacijo toplote pri $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$ je zahtevalo 36 ur procesorskega časa na računalniku Sun Ultra Station 2. Glavna omejitev hitrosti simulacije je izbira velikosti časovnega koraka. Stabilnostne pogoje, ki omejujejo velikost časovnega koraka za izbrano časovno-krajevno diskretizacijo, sem obravnaval v 6.4.



Slika 49: Potek velikosti dovoljenih časovnih korakov stabilnostnih pogojev med časovno integracijo.

Slika 49 prikazuje potek velikosti časovnih korakov, kot jih narekujejo stabilnostni kriteriji (85), (86), (87) in (88) med časovno integracijo. Za izvedbo posamezne iteracije je izbran vedno najbolj restriktiven, to se pravi najmanjši časovni korak.

Slika 49 nam daje vpogled v časovno skalo posameznih mehanizmov naravne konvekcije kapljevine z notranjo generacijo toplote ob izbranih pogojih: $Ra = 10^{10}$, $Pr = 1.2$. Vidimo, da je na začetku integracije najbolj omejujoč časovni korak, ki karakterizira časovno skalo difuzije in je označen z $meDfDt$. Velikost tega časovnega koraka določuje pogoj (86). Zaradi nastopa turbulentne difuzije se ta časovni korak še nekoliko zmanjša. S časovnim razvojem postane mnogo bolj omejujoč časovni korak $meCnDt$, ki karakterizira časovno skalo konvekcije in ga določuje pogoj (85). Najbolj omejujoč je časovni korak $meCnDfDt$, ki opisuje razmerje med velikostjo konvekcije in difuzije gibalne količine. Velikost tega časovnega koraka določuje pogoj (87). Zaradi njegove majhnosti, simulacije naravne konvekcije pri višjih vrednostih Rayleighovega števila, ob razpoložljivi računalniški opreми, niso bile mogoče.

7.7 Odprta vprašanja

Predstavljena metodologija ponuja enostaven in natančen model turbulentnega toka kapljevine z notranjo generacijo toplote. Kljub dobljenim rezultatom pa ostaja precej odprtih vprašanj, na katera bi želel opozoriti :

- a.) V primeru vzgonskega toka niso popolnoma raziskane porazdelitve hitrosti, temperature in tlaka v mejni plasti vzdolž zidu. Zaradi tega tudi ni znano, kako se spreminja turbulentna viskoznost. V prikazani simulaciji je uporabljena van Driestova dušilna funkcija (67), ki pa je bila razvita za mejno plast v primeru prisilne konvekcije.
- b.) Za boljši popis razmer ob steni bi bila lokalna zgostitev mreže najenostavnejša rešitev, vendar krajevno filtriranje in krajevno odvajanje nista v splošnem komutativna operatorja. To dejstvo zaplete krajevno odvajanje filtriranih veličin (Ghosal, Moin, 1995).
- c.) Za verodostojnejši prikaz obnašanja taline jedrskega goriva bi bilo potrebno vstaviti v program snovske lastnosti taline oksidnih in kovinskih komponent, ki pa so v veliki večini še neobjavljene.
- d.) Ker je s stališča uparjanja na zunanji steni sposobnost hlajenja spodnjega plenuma manjša na njegovem dnu in večja na obodu, bi bilo v prihodnosti za dokončno razjasnitev vprašanja nujno združiti modeliranje obeh mehanizmov.

8. Zaključek

V primeru težke nesreče pride v jedrskem reaktorju do taljenja jedrske sredice. Talina odteka skozi spodnjo podporno ploščo na dno spodnjega plenuma. Tam se ohlaja in pri tem raztaljuje jekleno steno. V novejšem času se je pristop jedrske varnosti do opisanega problema bistveno spremenil. Novejša strategija temelji na ohlajanju zunanje stene spodnjega plenuma s presežkom vode.

O procesih v spodnjem plenumu je malo znanega. Osnovne mehanizme naravne konvekcije v talini, strjevanja taline, uparjanja na zunanjih stenah spodnjega plenuma in toplotnega sevanja s površine taline, šele odkrivamo. Zaradi nepopolnega razumevanja procesov v spodnjem plenumu in računalniških omejitev do sedaj ni bilo modelov, ki bi opisovali celoten problem na nivoju kontinuuma. Obstajajo le integralni modeli, katerih napovedi o sposobnosti hlajenja spodnjega plenuma med težko nesrečo so vzpodbudne.

V magistrskem delu sem se omejil na problem naravne konvekcije v talini jedrske sredice in skušal odgovoriti na vprašanje o toplotni obremenjenosti stene spodnjega plenuma reaktorske posode, kar je osrednje vprašanje problematike hlajenja spodnjega plenuma. Da bi določil vrednosti prenosa toplote skozi steno, sem izvedel numerične simulacije gibanja kapljevine pod vplivom naravne konvekcije. Zaradi pojava lokalne turbulence in potrebne gostote numerične mreže je bilo nujno uporabiti ustrezen turbulentni model. Uporabil sem metodo simulacije velikih vrtincev, ki sem jo priredil za obravnavo problema naravne konvekcije v kapljevini z notranjo volumetrično generacijo toplote. Pregled zbrane literature kaže, da doslej takšen pristop še ni bil uporabljen.

Rezultati so prikazani v poglavju 7. Ujemanje prenosa toplote na mejah simulacijskega območja z vrednostmi drugih avtorjev (Nourgaliev et al., 1997) je zadovoljivo. Uporabljen modificiran model Smagorinskega se je izkazal kot zelo robusten in enostaven model turbulentnega toka, ki zmore z zadovoljivo natančnostjo modelirati naravno konvekcijo.

Ugotovljeno je bilo, da je prenos toplote največji tik pod vrhom bazena taline in najmanjši na njegovem dnu. Razlika je približno šestkratna. Zaradi tega je toplotna obremenjenost posode mnogo večja na vrhu kot na dnu. Prikazano delo obravnava naravno konvekcijo v kapljevini z notranjo generacijo toplote pri vrednosti Rayleighovega števila, ki je nižja od vrednosti v talini sredice, vendar pa lahko vrednosti prenosa toplote na stenah posode (Nusseltovo število) varno ekstrapoliramo na višje vrednosti, kot so pokazali nedavni eksperimenti ACAPO (Theofanous et al., 1997).

Primerjava vrednosti Nusseltovega števila na stenah kvadrataste posode z vrednostmi na stenah polkrožne geometrije kaže, da so najvišje vrednosti na zgornji strani polkrožne posode nekoliko nižje in na spodnji strani nekoliko višje kot v primeru kvadrataste posode. Povprečne vrednosti prenosa toplote (Nusseltovega števila) pa se le malo razlikujejo (Asfia, Dhir, 1996).

Kljub uspešnosti predstavljene metodologije modeliranja turbulentnega toka v talini sredice jedrskega reaktorja, pa ostaja precej odprtih vprašanj. Vsekakor bo v prihodnosti za dokončno razrešitev problema hlajenja spodnjega plenuma ob težki nesreči nujno modeliranje procesov turbulentne naravne konvekcije v talini in uparjanja hladila na obodu spodnjega plenuma.

9. Literatura

Abbott, M. B., Basco, D. R., 1989, "Computational Fluid Dynamics, An Introduction for Engineers", Longman House, Burnt Mill, Harlow, pp. 303-381.

Akers, D. W., McCardell, R. K., 1989, "Core Materials Inventory and Behaviour", Nuclear Technology, Vol. 87, pp. 214-223.

Aksenova, A., Chudanov, V., Strizhov, V., Abishchevich, P. V., Churbanov, A., 1994, "Computational Studies of Hydrodynamic Processes", CSARP Semiannual Review Meeting, Bethesda, Maryland, USA, 1995.

Artnik, J., Caroli, C., Cenerino, G., Parozzi, F., Pini A., Sairanen, R., Turland, B. D., 1995, "Molten Pool Behaviour Calculations for Reactor Cases", FISA 95-EU Research on Severe Accidents, Luxemburg, 1995, Proceedings, pp. 214-228.

Asfia, F. J., Dhir, V. K., 1996, "An Experimental Study of Natural Convection in a Volumetrically Heated Spherical Pool Bounded on Top with a Rigid Wall", Nuclear Engineering and Design, 163 (1996), pp. 333-348.

Asfia, F. J., Frantz B., Dhir V. K., 1996, "Experimental Investigation of Natural Convection Heat Transfer in Volumetrically Heated Spherical Segments", Journal of Heat Transfer, Transactions of the ASME, Vol. 118, pp. 31-37.

Baggett, J. S., 1996, "Non-normal Dynamics and Hydrodynamic Stability", Ph. D. Dissertation, Cornell University.

Behbahani, A., 1994, "Lower Head Integrity", CSARP Meeting, Bethesda, Maryland, USA, 1995.

Bell, J. B., Colella, P., Glaz, H. M., 1989, "A Second Order Projection Method for the Incompressible Navier-Stokes Equation", J. Comp. Phys (1989), Vol. 85, No. 2, pp. 257-283.

Berman M., Swenson, D. V., Wickett, A. J., 1984, "An Uncertainty Study of PWR Steam Explosions", NUREG/CR-3369, SAND83-1438, R1, pp. 33-41.

Buck, M., Mayr, P., Bürger, M., Schatz, A., 1995, "Modelling of Late-Phase-Melt Progression and Melt Behaviour in Lower RPV Plenum within the KESS Code", Jahrestagung Kerntechnik '95, Nürnberg, Germany, 1995, Tagungsbericht Preceedings, pp. 203-204.

Cheung, F. B., Haddad, K. H., Liu, Y. C., 1995, "Steady-State Boundary Layer Boiling on Downward Facing Curved Heating Surfaces", CSARP Semiannual Meeting, Bethesda, Maryland, USA, 1995.

Cheung, F. B., Haddad, K. H., Liu, Y.C., 1997, "Critical Heat Flux (CHF) Phenomena on a Downward Facing Curved Surface", NUREG/CR-6507, PSU/ME-97-7321.

Chu, T. Y., Witt, R. J., Pilch, M. M., Bentz, J. H., 1995, "Scaling and Design of a Lower Head Failure Experiment", CSARP Semiannual Meeting, Bethesda, Maryland, USA, 1995.

Chu, T.Y, Bainbridge, B. L., Simpson, R. B., Bentz, J. H., 1997, "Ex-vessel Boiling Experiments: Laboratory- and Reactor-Scale Testing of the Flooded Cavity Concept for In-vessel Core Retention Part I: Observation of Quenching of Downward-Facing Surfaces, Nuclear Engineering and Design 169, pp.77-88.

Chu, T.Y, Bentz, J. H., Slezak, S. E., Pasedag, W. F., 1997, "Ex-vessel Boiling Experiments: Laboratory- and Reactor-Scale Testing of the Flooded Cavity Concept for In-vessel Core Retention Part II: Reactor Scale Boiling Experiments of the Flooded Cavity Concept for In-vessel Core Retention", Nuclear Engineering and Design 169, pp.89-99.

Code of Federal Regulations, 1994, The Office of the Federal Register, Vol. 10., p.664.

Curry, J. H., Herring, J.R., Loncaric, J., Orszag, S. A., 1984, "Order and Disorder in Two- and Three-dimensional Bénard Convection", J. Fluid Mech., Vol. 147, 1-38.

Deardorff, J. W., 1970, "A Numerical Study of Three-dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Numbers", J. Fluid Mech., Vol. 41, Part 2, pp. 453-480.

Decker, W. J. , 1996, "Numerical Studies of Bifurcations and Chaos in Natural Convection", Ph. D. Thesis, University of Virginia.

Dinh, T. N., Bui, V. A., Nourgaliev, R. R., Okkonen, T., Sehgal, B. R., 1996, "Modelling of Heat and Mass Transfer Processes During Core Melt Discharge from a Reactor Pressure Vessel", Nuclear Engineering and Design 163, pp. 191-206.

Dinh, T.N., Nourgaliev, R.R., 1997, "Turbulence Modelling for Large Volumetrically Heated Liquid Pools", Nucl.Eng.Design, Vol. 169 , pp. 131-150.

Dinh, T.N., Nourgaliev, R.R., Sengal, B.R., 1997, "On Heat Transfer Characteristics of Real and Simulant Melt Pool Experiment", Nucl.Eng.Design, Vol. 169 , pp. 151-164.

Eidson, T., 1985, "Numerical Simulation of the Turbulent Rayleigh-Bénard Problem using Subgrid Modelling", J. Fluid. Mech. (1985), vol. 158, pp. 245-268.

Fan, T. H., Cheung, F. B., 1996, "Modeling of Transient Turbulent Natural Convection in Melt Layer with Solidification", 1996 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Atlanta, Georgia, HTD-Vol. 333, Proceedings of ASME Heat Transfer Division, Vol.2, pp 361-371.

Ferziger, J. H., 1993, "Subgrid-Scale Modeling", Large Eddy Simulation of Complex Engineering and Geophysical Flows", Cambridge University Press, 1993, pp. 37-54.

-
- Fiedler, B., Khairoutdinov, M., 1994, "Cell Broadening in Three-dimensional Thermal Convection Between Poorly Conducting Boundaries: Large Eddy Simulation", *Beitr. Phys. Atmosph.*, 67, pp. 235-241.
- Fletcher, C. A. J., 1989, "Computational Techniques for Fluid Dynamics", Springer-Verlag, 1989, Vol. 2, pp. 333-338.
- Frink, N. T., Parikh, P., Pirzadeh, S., 1991, " A Fast Upwind Solver for Euler Equations on Three-Dimensional Unstructured Meshes", Paper AIAA-91-0102.
- Gabor, J. D., Ellison, P. G., Cassulo, J. C., 1980, "Heat Transfer from Internally Heated Hemispherical Pools", 19th National Heat Transfer Conference, Orlando, Florida, 1980.
- Germano, M., 1992, " Turbulence: the Filtering Approach", *J. Fluid Mech.* (1992), Vol. 238, pp. 325-336.
- Ghosal, S., Moin, P., 1995, "The Basic Equations for the Large Eddy Simulation of Turbulent Flows in Complex Geometry", *J. Comp. Phys.* (1995), 118, pp. 24-37.
- Gottlieb S., Shu, C., 1992, "Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes", Report under contract NAG-1-1145 in NAS1-19480, NASA Langley Research Center, Hampton, VA.
- Hanjalić, K., 1994, "Advanced Turbulence Closure Models: a View of Current Status and Future Prospects", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 15, No. 3, June 1994, pp. 178-203.
- Harlow, F. H., Welch, J. E., 1965, "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", *Phys. Fluids* (1965), Vol. 8, No. 12, pp. 2182-2186.
- Henry, R. E., Fauske, H. K., 1992, "External Cooling of a Ractor Vessel under Severe Accident Conditions", *Nuclear Engineering and Design*, 139 (1993), pp. 31-43.
- Henry, R. E., Suh, K. Y., 1994, "Integral Analysis of Debris Material and Heat Transport in Reactor Vessel Lower Plenum", *Nuclear Engineering and Design* 151, pp. 203-221.
- Hernandez, R., 1995, "Influence of the Heating Rate on Supercritical Rayleigh-Bénard Convection", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, No. 16, pp.3035-3051.
- Hindmarsh, A. C., Gresho, P. M., Griffiths, D. F., 1984, "The Stability of Explicit Euler Time Integration for Certain Finite Difference Approximations of the Multidimensional Advection-Diffusion Equation", *Int. Journal for Numerical Methods in Fluids*, 4, pp. 853-897.
- Hinze, J. O., 1959, "Turbulence", 2nd Edition, McGraw-Hill Book Company.
- Hirsch, C., 1988, "Numerical Computation of Internal and External Flows", Wiley & Sons, Vol.1, p. 426.

-
- Hobbins, R. R., Petti, D. A., Osetek, D. J., 1991, "Review of Experimental Results on Light Water Reactor Core Melt Progression", Nuclear Technology, Vol. 95, pp. 287-307.
- Hohorst, J. K., Allison, C.M., 1990, "Interpretation of the Experimental Results from the CORA Core Melt Progression Experiments", Trans. Am. Nucl. Soc., 64, pp. 751-752.
- Holzbecher, M., Steiff, A., 1995, "Laminar and Turbulent Free Convection in Vertical Cylinders with Internal Heat Generation", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 38, No. 15, pp. 2893-2903.
- Horvat, A., 1997, "Problematika hlajenja spodnjega plenuma med težko nezgodo", 1. seminar podiplomskega študija jedrske tehnike, Reaktorski center Podgorica, Slovenia, Nov 11, 1997.
- Horvat, A., Kljenak, I., 1997, "Numerical Investigation of Turbulent Natural Convection in Reactor Pressure Vessel Lower Plenum During Meltdown Scenario", The 4rd Regional Meeting "Nuclear Energy in Central Europe", Bled, Slovenia, Sept 7-10, 1997, Proceedings, pp. 43-50.
- Hu, F. Q., Hussaini, M. Y., Manthey, J., 1995, "Low-Dissipation and -Dispersion Runge-Kutta Schemes for Computational Acoustics", Report under contract NAS1-19480, NASA Langley Research Center, Hampton, VA.
- Incropera, F. P., DeWitt, D. P., 1996, "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", John Wiley & Sons, Inc., 4th Edition, pp. 481-534.
- Kreyszig, E., 1993, "Advanced Engineering Mathematics", John Wiley & Sons, Inc., 7th Edition, pp. 937.
- Knief, R. A. , 1981, "Nuclear Energy Technology", Hemisphere Publishing Corporation, p. 3.
- Kymäläinen, O., Tuomisto, H., Theofanous, T. G., 1997, "In-vessel Retention of Corium at the Loviisa Plant", Nuclear Engineering and Design 169, pp. 109-130.
- Langerman, M. A., MacKinnon, R. J., 1993, "Estimating Natural Convection in Low Prandtl Cavity Flows", Numerical Heat Transfer, Part A, Vol 24, pp. 221-228.
- Madabhushi, R. K., Vanka, S. P., 1991, "Large-Eddy Simulation of Turbulence-Driven Secondary Flow in a Square Duct", Phys. Fluids A, 3 (11), 1991, pp.2734-2745.
- Mayinger, F., Jahn, M., Reineke, H., Steinbrenner, V., 1976, "Examination of Thermohydraulic Processes and Heat Transfer in a Core Melt", BMFT 48/1. , Institute für Verfahrenstechnik der T. U., Hanover, Germany.
- Nieuwstadt, F. T. M., 1990, "Direct and Large-Eddy Simulation of Free Convection", 9th International Heat Transfer Conference, Jerusalem, Izrael, 1990, Proceedings, pp. 37-47.
- Nourgaliev, R. R., Dinh, T. N., Sengal, B. R., 1997, "Effect of Fluid Prandtl Number on Heat Transfer Characteristics in Internally Heated Liquid Pools with Rayleigh Numbers up to 10^{12} ", Nucl. Eng. Design, Vol. 169 , pp. 165-184.
-

Padowski, M. Z., Kurul, N., Kim, S. W., 1995, "A Model of Corium-Structure Interaction in the Lower Plenum of BWRs", CSARP Technical Review Meeting, Bethesda, Maryland, USA, 1995.

Parozzi, F., Fioravanti, D., Locatelli, S., Lombardi, C., Magallon, D., 1994, "Corium Debris Coolability within the RPV or Confinement Structures", International Conference on New Trends in Nuclear Thermohydraulics, 1994, Pisa, Italy, Proceedings, Vol. 2, Thermohydraulics of Containment and Severe Accidents, pp. 565-574.

Piomelli, U., 1993, "High Reynolds Number Calculations Using the Dynamic Subgrid-Scale Stress Model", Phys. Fluids A, 5 (6), 1993, pp. 1484-1490.

Press, H. W., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., 1989, "Numerical Recipes in Pascal", Cambridge University Press, p. 708.

Rouge, S., 1997, "SULTAN Test Facility for Large-Scale Vessel Coolability in Natural Convection at Low Pressure", Nuclear Engineering and Design 169, pp. 185-195.

Rubin, A., 1995, "In-Vessel Core Melt Progression Summary", CSARP Technical Review Meeting, Bethesda, Maryland, USA, 1995.

Schmidt, R. C., Kelkar, K., 1995, "Molten Pool Heat Transfer Modeling with $k-\varepsilon$ LRN Turbulence Models: Results From Recent Analysis and Assessment Activities", CSARP Semiannual Meeting, Bethesda, Maryland, USA, 1995.

Sehgal, B. R., Andersson, J., Dinh, T. N., and Okkonen, T., 1995, "Scoping Experiments on Ablation of Vessel Failure Location During Melt Discharge", Spring '95 CSARP Meeting of USNRC, Washington D.C., USA, 1995.

Sich, A. R., 1994, "Chernobyl Accident Management Actions", Nuclear Safety, Vol. 35, No. 1, pp.1-24.

Stevens, A. W., 1996, "Natural Convection in a Liquid Metal Enclosure with Floor Cooling", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol 39, No. 17, pp. 3749-3759.

Stoer, J., Bulirsch, R., 1990, "Numerische Mathematik 2", 3. Auflage, Springer-Lehrbuch, p.284.

Suh, K. Y., 1994, "Rod Bundle Thermal-Hydraulic and Melt Progression Analysis of CORA Severe Fuel Damage Experiments", Nuclear Science and Engineering 116 (1994), pp. 245-268.

Suh, K. Y., 1995, "Lower Head Coolability and KAERI Programs", CSARP Semiannual Meeting, Bethesda, Maryland, USA, 1995.

Suh, K. Y., Henry R. E., 1993, "Integrated Modeling of Debris Bed Heat and Mass Transfer in the PWR Lower Plenum for Severe Accident Analysis", ANS 1993 Winter Meeting, San Francisco, California, USA, 1993, 9th Proceedings of Nuclear Thermal Hydraulics, pp. 38-49.

Suh, K. Y., Henry, R. E., 1996, "Debris Interaction in Reactor Vessel Lower Plenum During a Severe Accident I. Predictive Model", Nuclear Engineering and Design 166 (1996), pp. 147-163.

Suh, K. Y., Henry, R. E., 1996, "Debris Interactions in Reactor Vessel Lower Plena During a Severe Accident II. Integral Analysis", Nuclear Science and Engineering 116 (1996), pp.165-178.

Theofanous, T. G., Liu, C., Angelini, S., Kymäläinen, O., Tuomisto, H., Additon, S., 1994, "Experience from The First Two Integrated Approaches to In-Vessel Retention Through External Cooling", OECD/CSNI/NEA Workshop on Large Molten Pool Heat Transfer, Grenoble, France, 1994, Proceedings, pp. H1-H33.

Theofanous, T. G., Liu, C., Addition, S., Angelini, S., Kymäläinen, O. and Salmassi, T., 1997, "In-vessel Coolability and Retention of a Core Melt", Nuclear Engineering and Design, Vol. 169, pp. 1-48.

Theofanous, T. G., Maguire, M., Angelini, S., Salmassi, T., 1997, "The First Results from the ACOPO experiment", Nuclear Engineering and Design, Vol. 169, pp. 49-59.

Theofanous, T. G., Syri, S., 1997, "The coolability Limits of a Reactor Pressure Vessel Lower Head", Nuclear Engineering and Design, Vol. 169, pp. 59-76.

Versteeg, H. K., Malalasekera, W., 1995, "An Introduction to Computational Fluid Dynamics, The Finite Volume Method", Longman Scientific & Technical, England.

Voke, P., 1994, "Low-Reynolds-Number Subgrid-Scale Models", Theoret. Comput. Fluid Dynamics, February 1996, accepted.

Wong, V. C., Lilly, D. K., 1994, "A Comparison of Two Dynamic Subgrid Closure Methods for Turbulent Thermal Convection", Phys. Fluids 6 (2), February 1994, pp. 1016-1023.

Yamano, N., Maruyama, Y., Moriyama, K., Park, H. S., Sugimoto, J., 1997, "Consideration of Molten Core Coolability in Containment from a Viewpoint of Severe Accident Management", The Fifth International Topical Meeting on Nuclear Thermal Hydraulics, Operations and Safety (NUTHOS-5), Beijing, China, 1997, Proceedings, pp. W21-W26.

Zhu, J., 1995, "The Second-Order Projection Method for the Backward-Facing Step Flow", J. Comp. Phys (1995), Vol. 117, pp. 318-331.